

# *FÉLÉVES BESZÁMOLÓ*

## *2024-2025*

**Doktori téma: Koszinusz hajtopár  
gyártástechnológiája és kopásvizsgálata**

*PhD hallgató: Gál Károly-István*

*Témavezetők: Dr. Horváth Richárd, Dr. Máté Márton*

# Bevezető

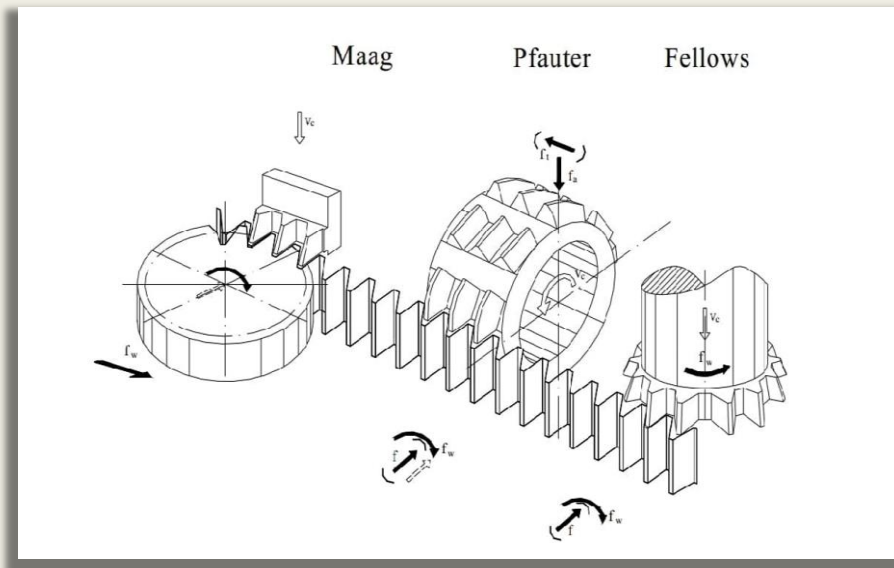
- A fogaskerek a fogak profilja szerint lehetnek evolvens, pálcás, ciklois, vagy köríves kialakításúak.
- A numerikusan vezérelt gépek megjelenésének köszönhetően különböző speciális profilok is kialakíthatók.

## A fogaskerék gyártás:

**1. Generálás** – a szerszám és a fogaskerék technológiai hajtásban van, ezért pontosabb.

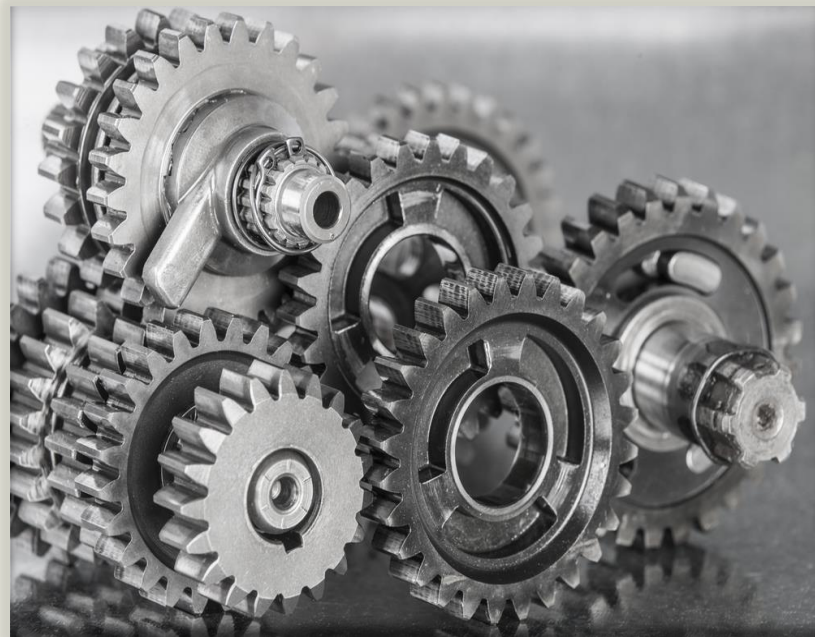
Három típus ismeretes: Maag, **Pfauter** (Hiperboloid hajtásképzés vagy Gyártóléces képzés- **örök kérdés** ), Fellows.

**2. Másolás** – a szerszám profilja rámásolódik a munkadarabra.



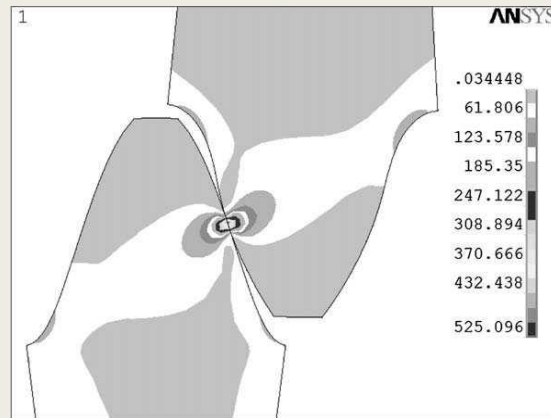
# *Evolvens fogprofil*

- A leggyakrabban alkalmazott fogaskerékprofil az evolvens.
- **Előnyei:**
  1. áttételi arány tengelytávától való függetlensége
  2. egyszerű gyártás
- **Hátrányai:**
  1. korlátozott terhelhetőség
  2. interferenciára való hajlam
  3. Minimális fogsámhatár 17 (megjelenik az alámetszés)

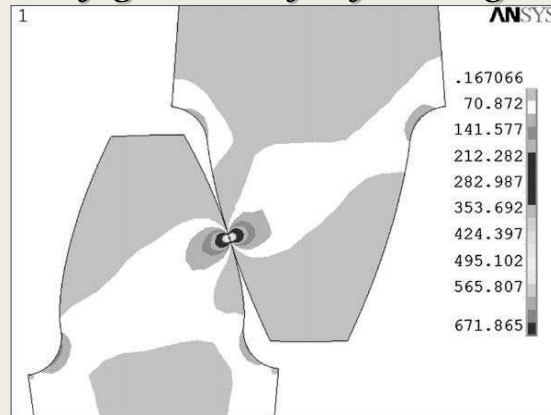


# *Koszinusz fogprofil az irodalmi kutatás alapján*

- A koszinusz fogprofil az evolvens fogaskerék hátrányait hivatott orvosolni [1].
- Az eddigi kutatások azt mutatják hogy a koszinusz fogaskerekek számos esetben helyettesíthetik a már megszokott evolvens fogaskerekeket[1,2,3,4].
- Ez a kialakítás a fogaskerék teljesítményének javítását célozza meg, csökkentve a csúszási együtthatókat, valamint a hajlítós és kontakt feszültségeket[2].
- A numerikus szimulációk és a véges elemes analízis megerősítik, hogy a koszinusz fogaskerék a kontakt feszültségeket 22,59%-kal, a hajlítófeszültségeket pedig több mint 33%-kal csökkenti az evolvens fogaskerekekkel összehasonlítva[4].



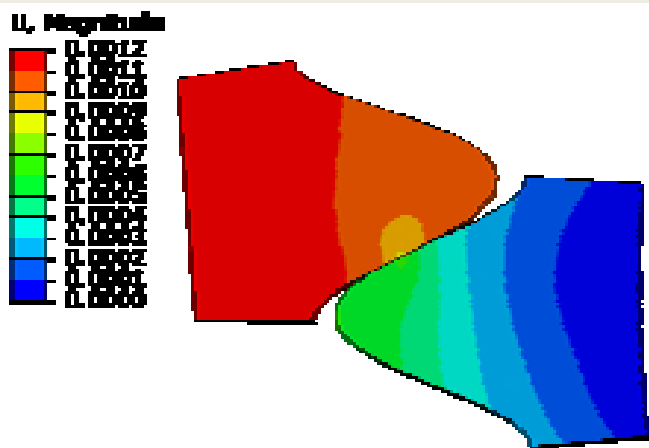
***Koszinusz fogaskerékajtás feszültségeloszlása[4]***



***Evolvens fogaskerékajtás feszültségeloszlása[4]***



*Az alakváltozás Evolvens esetében [2]*

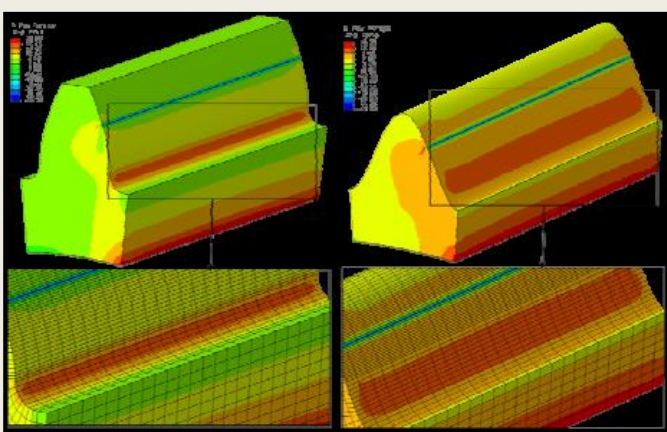


*Az alakváltozás Koszinusz esetében [2]*

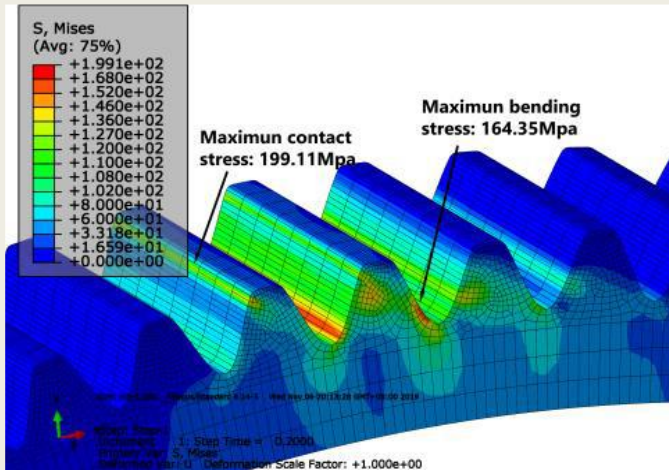
A legnagyobb érintkezési feszültség a koszinusz fogaskerek esetében 89 MPa, míg az evolvens fogaskerek esetében 119 Mpa [2].

A hajlító- és kontakt feszültség végeelemes analízis és fotoelasztikus feszültségelemzési vizsgálatok alapján a koszinusz fogaskerek hajlítófeszültségei körülbelül 50%-kal alacsonyabbak, mint az evolvens fogaskereké. A hajlítófeszültség a fogtónél 8-9 MPa a koszinusz fogaskeréknél, míg az evolvens fogaskeréknél 18-19 Mpa [2].

A koszinuszos geometria nagy görbületi sugarának köszönhetően, jó terheléseloszlást eredményez az érintkezési pontokon és alacsony feszültségkoncentrációt [2].



**Max. Főfeszültség - evolvens fogaskerék és koszinuszos fogaskerék [2]**



**Feszültségeloszlás [1]**

A nem szabványos profilok gyártása különösen nehéz kihívást jelentett, mivel speciális szerszámtervezésre van szükség, a koszinusz profil esetében ez kihívást jelent [2,3].

A koszinusz fogaskerék azonos terhelés mellett kisebb mértékben deformálódik, csökkentve az átviteli hibákat és biztosítva az egyenletes működést [2].

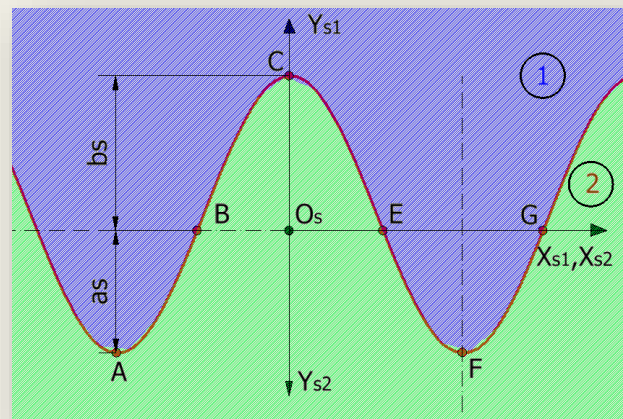
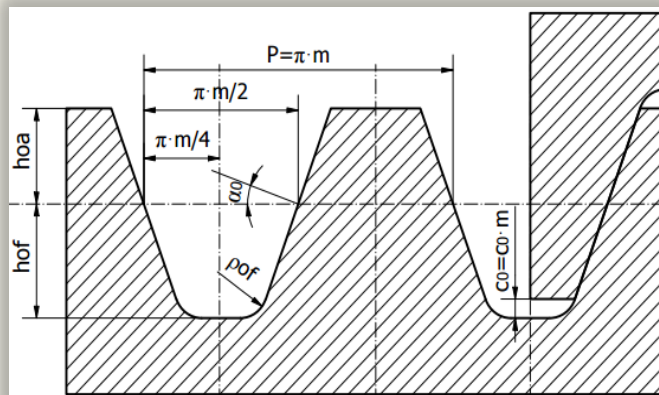
Bolygóművek esetében koszinusz fogaskerekek alkalmazhatók, a végeelem vizsgálatok kimutatták hogy egyenletesebb terheléelosztást és simább működést biztosítanak [1].

# Koszinusz fogprofil saját kutatás alapján

## Koszinusz gyártó léc kialakítása

- Az általánosíthatóság érdekében az **evolvens generáló léc- alaprofil** egységnyi  $m$  (modulra) határozzuk meg. A szabványos alaprofil-szög értéke  $\alpha=20^\circ$ . A fogtő szilárdságának növelése érdekében, az előírt foglángörbületi sugár értéke legyen  $\rho_{of}=0.38 \cdot m$

➤ **Ezzel szemben:** 



- A koszinusz profilú léc profil-egyenletét az  $O_S X_S Y_S$  koordináta-rendszerhez képest írtuk fel.
- A kék és a zöld színezésű koszinusz-profilú lécek a hajtás 1-es, illetve 2-es kerekét fejtik le.
- A közös profiljuk az  $ABCEFG$  pirossal jelölt koszinuszgörbe.

➤ A profil egyenletét a következő alakban keressük:

$$y_{s1}(x) = a \cos(bx), \text{ ahol}$$

$$a = a_s = b_s = (ho^* + co^*)m$$

$$h_0^* = 1, c_0^* = 0,25$$

➤ Koszinusz-görbe alkalmazásakor figyelembe kell venni a léc **alaplécből átvett, előírt** osztását ( $p = \pi m$ ) amit **a koszinusz-függvény** periódusához kell igazítani.

➤ Felírható, hogy:

$$y_{s1}(x) = y_{s1}(x + p) \Rightarrow a \cos(bx) = a \cos b(x + p)$$

➤ A **2-es kerék** generáló léce az  $y_{s2}$  tengelyhez képest fogra szimmetrikus.

➤ Tudjuk, hogy sablon-ellensablon elv érvényesül a két léc esetében, vagyis az  **$s_2$ -t az  $s_1$ -ből** származtatjuk úgy, hogy az  $x$  tengely körül elforgatjuk  **$180^\circ$ -kal** a profilt. Így a **2-es léc** profilegyenlete a következő lesz:

$$y_{s2}(x_{s2}) = -a \cos\left(\frac{2}{m}x_{s2}\right)$$



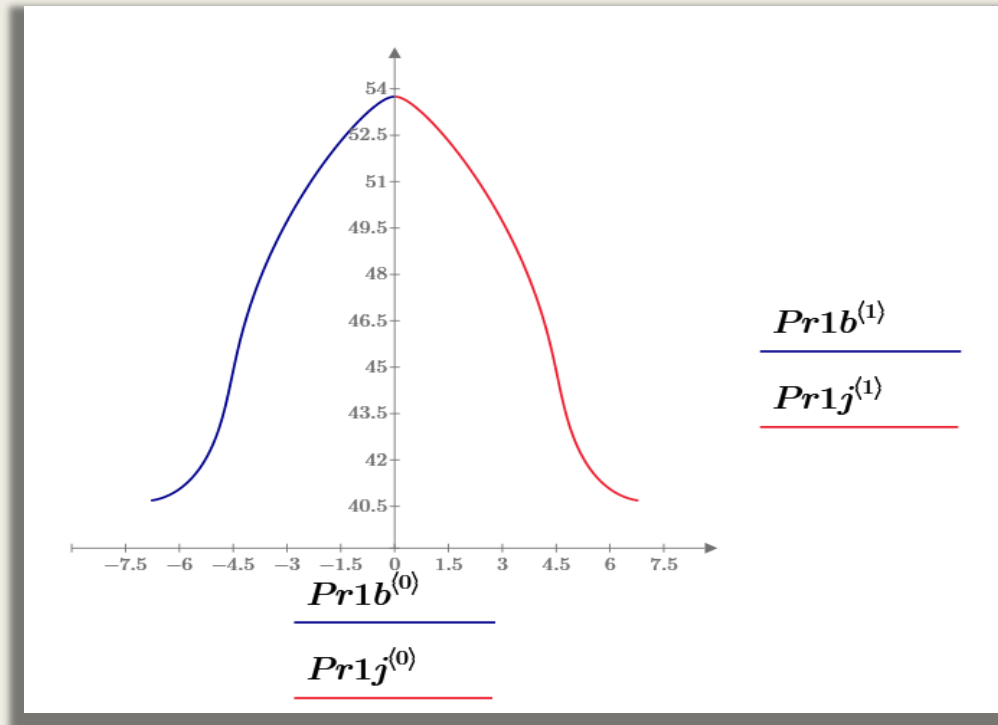
# Fogárok-profilok generálása Mathcad környezetben

- Az kapcsolódási egyenletek:

$$\varphi_1(u) = \frac{2}{mz_1} \left( x_s - y_s \frac{2a}{m} \sin \left( \frac{2}{m} u \right) \right)$$

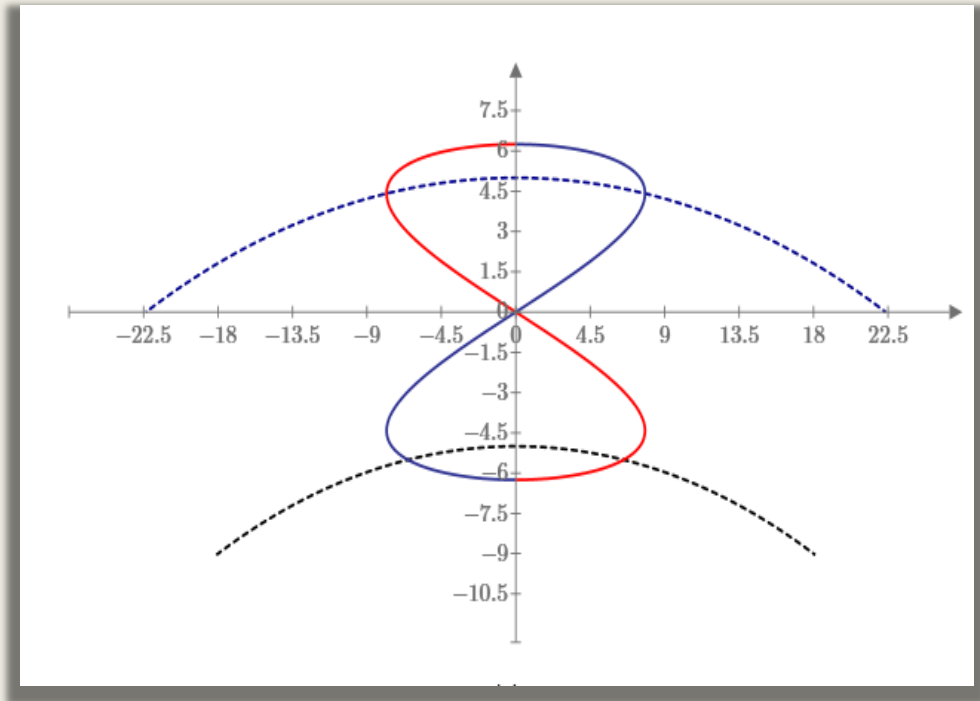
$$\varphi_2(u) = \frac{2(-1)}{mz_2} \left( u - \frac{a^2}{m} \sin \left( \frac{4}{m} u \right) \right)$$

- A kapott egyenleteket **Mathcad** környezetbe illesztve, létrehoztuk a bal (**piros**), illetve jobb (**kék**) fogárok-profilokat, amelyeket a **jobb oldali ábrán** szemléltetünk.



# *Kapcsolódási görbék szemléltetése*

- A kapcsolódási egyenleteket Mathcad környezetbe implementálva, létrehoztuk a jobb-, illetve baloldali teljes elméleti kapcsolódási vonalakat.
- Azért nevezzük a görbéket teljes elméleti kapcsolódási vonalnak, mivel, amint az a jobboldali ábrán látható, a fogfej nincs lecsapva, tehát lábhézag nélkül történik az elméleti kapcsolódás.
- Az aktív kapcsolóvonal csak a fej-és belső kör közötti részt foglalja magába



# Gyártás szimuláció

➤ A kiinduló adatok:

$$m = 5 \text{ mm}; h_0 = 1; c_0 = 0.25; z_1 = 19;$$

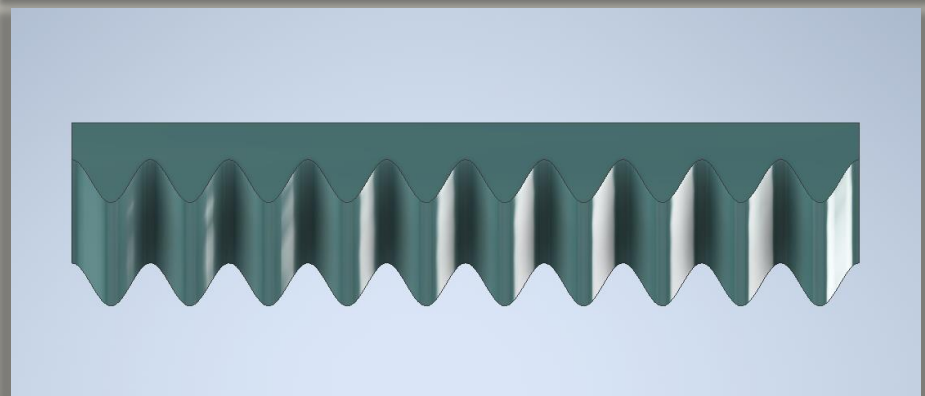
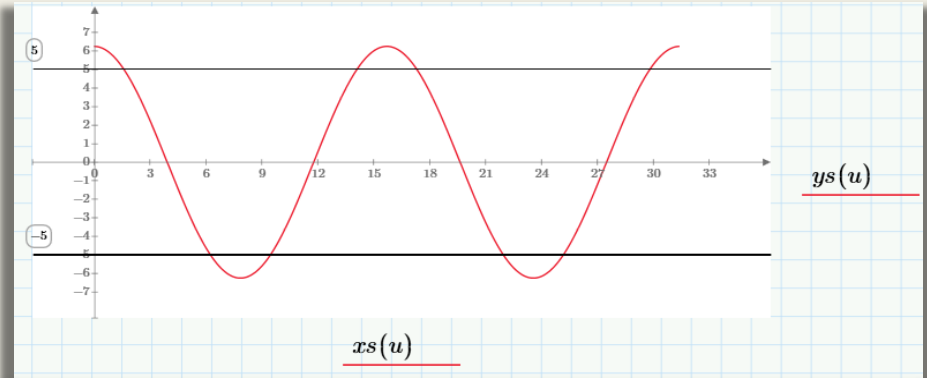
$$z_2 = 27; b = \frac{2}{5}$$

$$\xi s = 0$$

$$a = (h_0 + c_0)m = 6.25 \text{ [mm]}$$

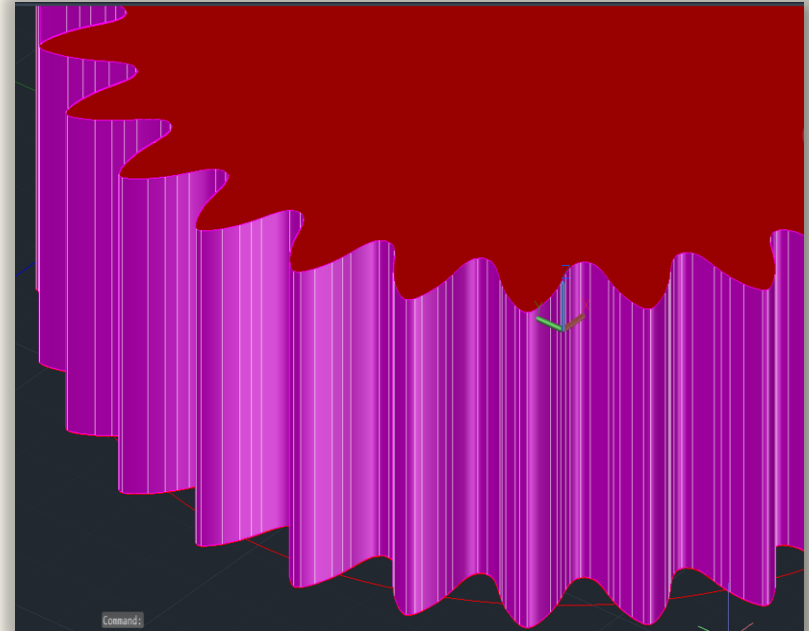
➤ Mathcad-környezetben létrehoztuk a koszinusz profilt.

➤ A kapott profilpontokat Autodesk Inventor környezetbe implementálva létrehoztuk a lefejtő lécs 3D-testmodelljét.



# Gyártási szimuláció Autodesk AutoCad környezetben

- A gyártási szimulációt Autodesk AutoCad környezetben végeztük, mivel az **Autodesk Inventor nem tud 3D-Solid objektumokkal megfelelő kivonást elvégezni.**
- Az AutoCad specifikus programozási felületét használva egy már korábban is használt **Autolisp programot használtunk**, amely egy egyidejű **legördülést és kivonást** valósít meg.

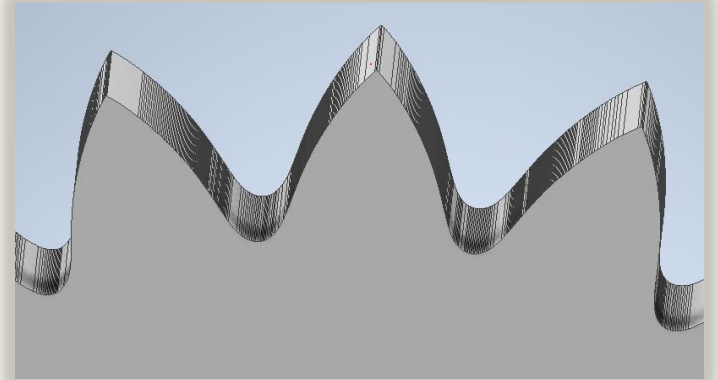
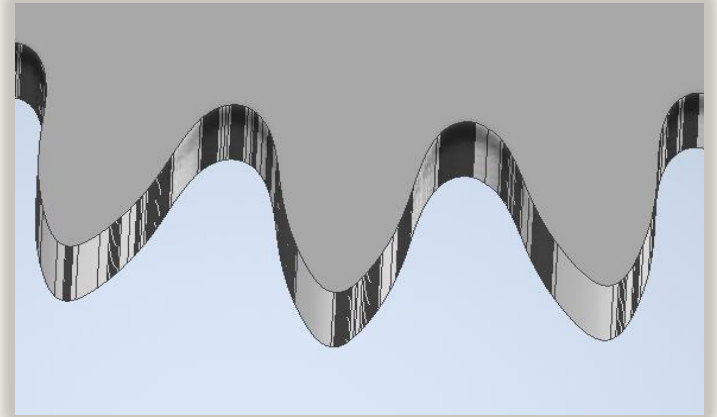


- Ahhoz hogy a koszinusz lécpofit minél pontosabban közelítsük, az Autodesk Inventor által megengedett **maximális 500 pontot vettük fel**, majd ezeket **Spline-görbékkel kötöttük össze**.
- A kapott profilból létrehozott léccel az Autolisp környezet segítségével generáltuk a **3 különböző fogszerű** koszinusz- illetve evolvens fogaskereket.
- A kivonásos-gördülési módszer alkalmazásakor a megadott pontosság értéke csupán **0,2 mm** volt.
- Mivel kompenzált fogazatról beszélünk a szakirodalomban fellelhető maximális, illetve minimális profileltolási értékeket vettük alapul.
- Így a generálást a következő eltolási értékekre határoztuk meg:

Z	$-\xi S$	$-\xi S$	$+\xi S$	$+\xi S$
10	-0.4	-0.2	0.2	0.4
19	-0.4	-0.2	0.2	0.4
27	-0.4	-0.2	0.2	0.4

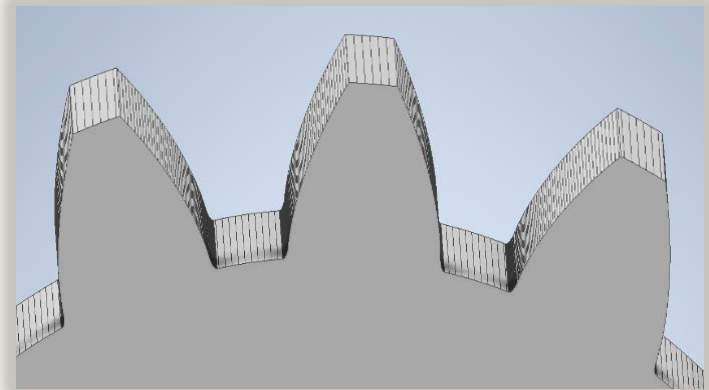
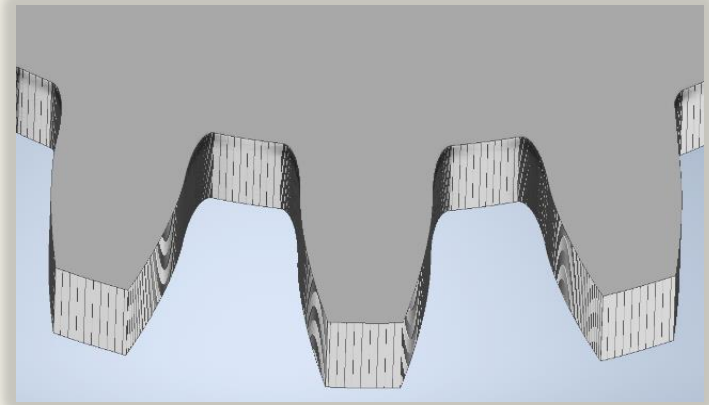
# Profileltolt koszinusz fogaskerek

- A jobboldali alsó ábrán a  $Z=19 \xi_s = +0.4$  profiletolással ellátott fogaskereket szemléltetjük, míg az felső ábrán a  $Z=27 \xi_s = -0.4$  profiletolással ellátott fogaskereket szemléltetjük.
- Amint látható a kiskerék esetében fogak vastagabbak lesznek, ami maga után vonja a teherbírás növekedését, ezzel ellentétben a nagykeréken a fogak elvékonyodnak, ami a teherbírás csökkenését vonja maga után.
- Ugyanakkor látható hogy mindkét esetben a fogláb igen robusztus.



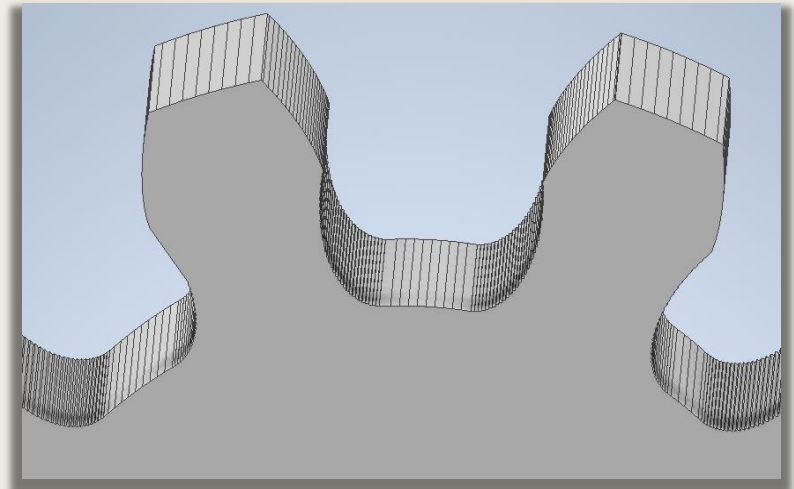
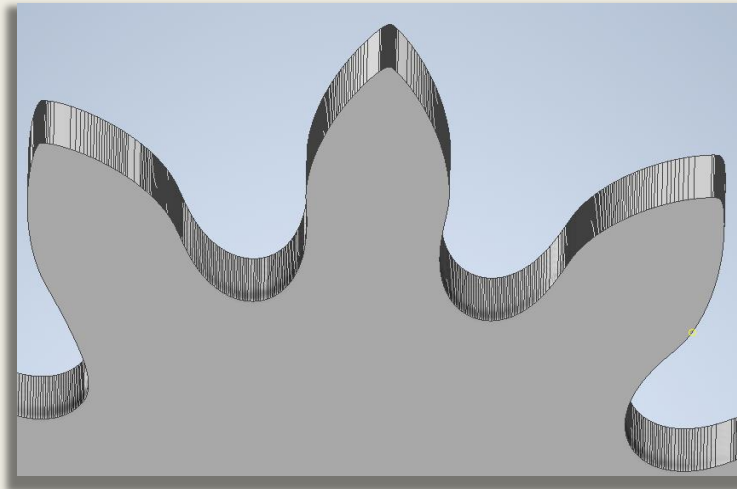
# Profileltolt evolvens fogaskerek

- A jobboldali alsó ábrán a  $Z=19 \xi_s = +0.4$  profileltolással ellátott fogaskereket szemléltetjük, míg az felső ábrán a  $Z=27 \xi_s = -0.4$  profileltolással ellátott fogaskereket szemléltetjük.
- Amint látható a kiskerék esetében fogak vastagabbak viszont a fejszalag csökken, ami maga után vonja a teherbírás növekedését, ezzel ellentétben a nagykeréken a fogak elvékonyodnak, ami a teherbírás csökkenését vonja maga után.
- Ugyanakkor látható hogy mindkét esetben a fogláb gyenge, ami az élettartamot jelentősen csökkenti.



# *Alámetszés kiküszöbölése*

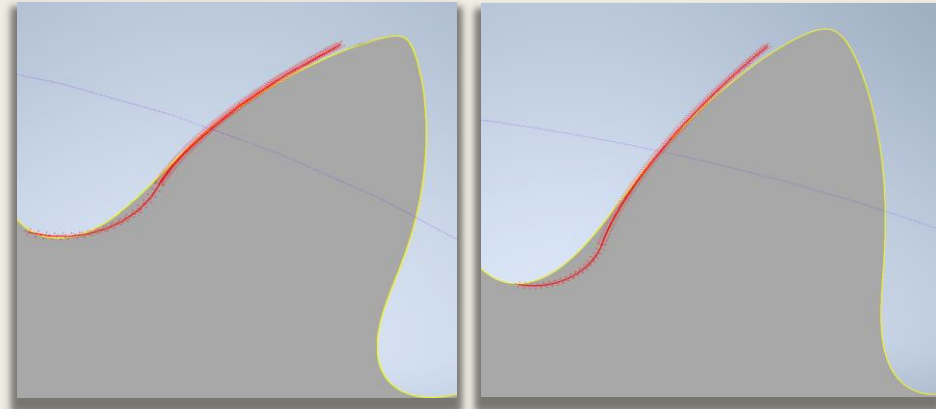
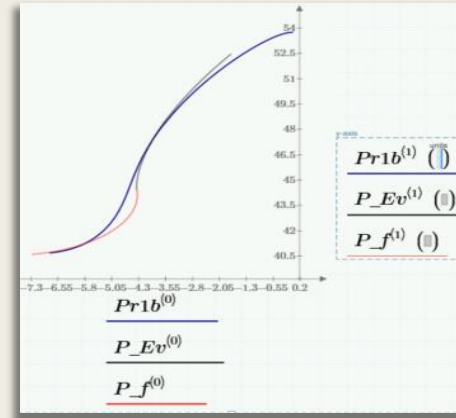
- A következőkben két  $Z=10$  fogú fogaskereket hozunk létre.
- Észrevehető hogy a koszinusz fogaskerék esetén nem jeleni meg alámetszés míg az evolvens fogaskerék esetében a fog fogláb görbéje vagyis a szerszám által kivágott rész nagyobb mint a fogaskerék kontakt felülte.





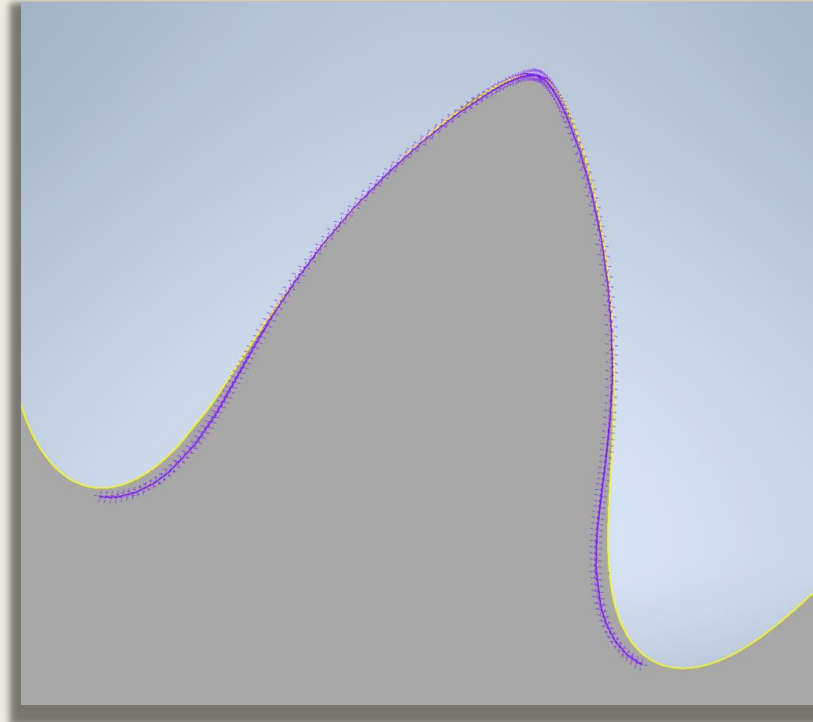
# *Evolvens és koszinusz fogaskerek összehasonlítása*

- Elsőként Mathcad környezetben a megfelelő evolvens illetve koszinusz profilokat generáltunk majd ezeket egymásra helyezve az osztókört használva referenciának vizsgáltuk a két profilt.
- Grafikus vizsgálatokat is végeztünk a profilok összehasonlításához.
- Mindkét esetben az evolvens profilhoz tartozó fogláb görbe gyengébb fogtövet eredményez, amely csökkenti a fogaskerek élettartamát.
- Ha az osztókör és a fejkör közti szakaszt vizsgáljuk, mindkét esetben a koszinusz profil összezár az evolvenshez képest, amely fogkihegyesedést eredményezhet.



# Fogszám hatása a koszinusz profil alakjára

- Csakúgy mint az evolvens profiloknál, a koszinusz profilok esetében is megfigyelhetők a következő tendenciák:
- Fogszám növelése vagy csökkentése hatással van a profil alakjára, az alapkör-sugár változása miatt.
- A  **$z=19$  (lila)** illetve  **$z=27$  (sárga)** fogú fogaskereknek profiljai láthatóak.
- Ha az **osztókörtől a fejkör irányába haladunk** azt tapasztaljuk, hogy a kisebb fogszámú kerék fogát közre záró profilok hamarabb összetartanak, ebből eredően nagyobb a **fog kihegyesedés veszélye**.
- Ha az **osztókörtől a lábkör irányába haladunk**, akkor a profilok ismét záró tendenciát mutatnak (**lila görbék**), tehát a foglábgörbe íve meredekebb, ami maga után vonja a **fogtő gyengülését**.



# *A csúszás modellezése*

A koszinusz fogaskerékpár kiinduló adatai a következők voltak:

- modul:  $m=5$ ;
- $z_1$  és  $z_2$  fogsámokat változtatjuk  $z = 10\dots 81$  intervallumon;
- profileltolás:  $\xi = 0; 0.15; 0.2; 0.25; 0.3$ ;
- fajlagos foghézag:  $c_0 = 0.25$ ;
- fajlagos fogfejmagasság:  $h_0 = 1$ ;

## Az általánosított koszinusz profil

Az általánosítás miatt csakis a  $T$  periódust kötjük meg:

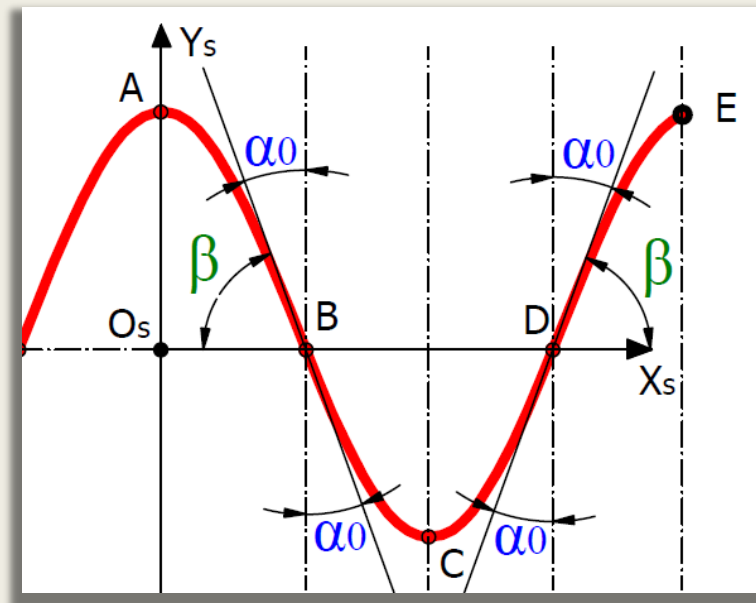
$$T = AE = \pi \cdot m$$

A koszinusz profilú lécs parametrikus egyenletei a következő alakban írhatók fel:

$$x_s(u) = u$$

$$y_s(u) = a \cdot \cos(b \cdot u)$$

Mivel a periódust megkötöttük de a kapcsolószöget nem, így ennek változtatásával különböző amplitúdójú koszinusz-függvényre, különböző görbületeszlással rendelkező lécsprofilra tudunk kialakítani.



Kapcsolószög illetve a  $\beta$  szög:

$$\alpha_0 = b \cdot x_s(u) + \frac{b}{2}T$$

$$\beta = \frac{b}{2}T$$

A koszinusz profilt illetően határozzuk meg a határpontokat, mivel előfordulhat, hogy a kapcsolódási szög kisebb, mint a szabványos kapcsolószög  $\alpha_{0c}$ .

A generáló lécs esetében a szabványos szög  $\alpha_{0c}$  az alábbi értéket veszi fel:

$$(h_0^* + c_0^*) - \frac{1}{2tg\alpha_0} = 0$$

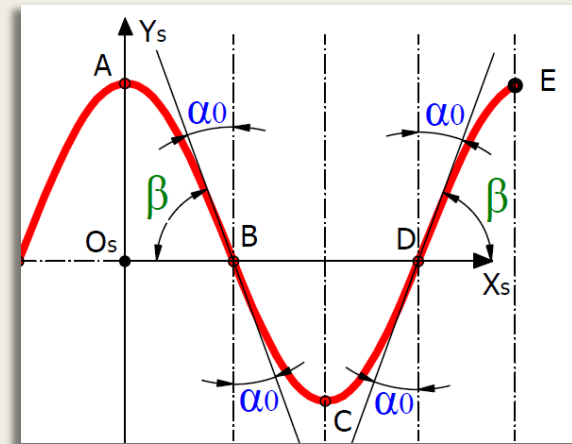
$$\alpha_{0c} = \arctg \frac{1}{2(h_0^* + c_0^*)}$$

Két eset lehetséges:

1.  $\alpha_0 < \alpha_{0c}$ : Ebben az esetben,  $a > (h_0^* + c_0^*)m$ , vagyis a lécet egy  $\Delta_a$  csonkolási értékkel kell megemelni. Ebben az esetben a csonkolási érték a következő formában határozható meg:

$$\Delta_a = a - (h_0^* + c_0^*)m = \frac{m}{2\alpha_0} - (h_0^* + c_0^*)m$$

2.  $\alpha_0 > \alpha_{0c}$ : Ebben az esetben,  $a < (h_0^* + c_0^*)m$ , ami azt jelenti, hogy itt egy tompa fogazatú szerszám alakul ki.

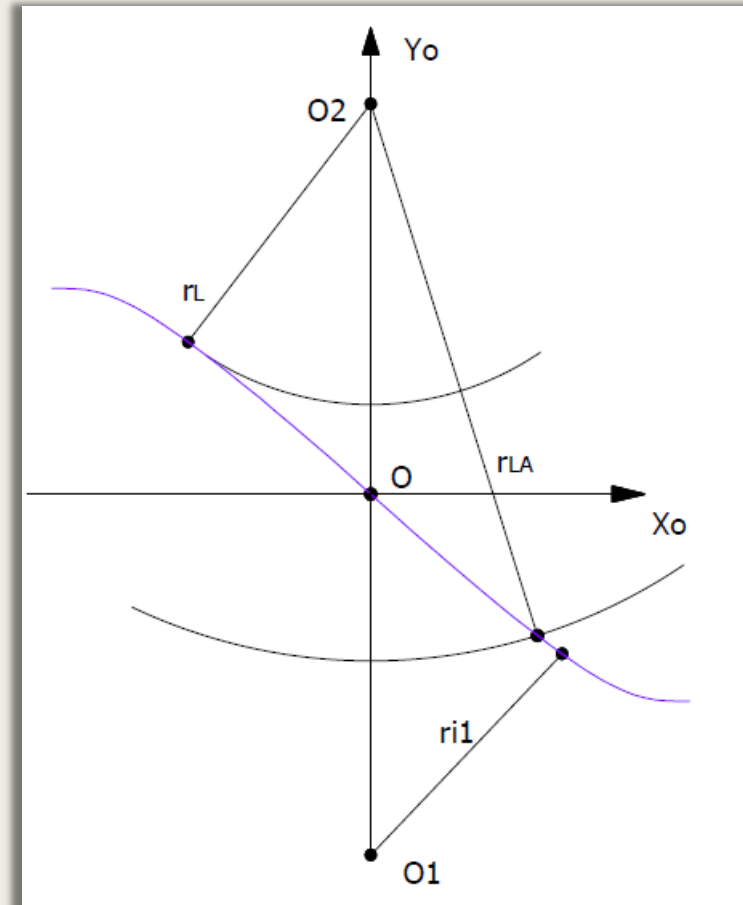


## *A csúszás modelljének felírása a kapcsolódási vonalra alapozva*

Ahhoz hogy a csúszást modellezzük parametrikus formára térünk át.

Majd a kapcsolóvonal segítségével létrehoztuk a csúszási modellt.

A kapcsolóvonalnak csupán a hasznos szakaszát vettük figyelembe, amelyet a jobboldali ábra szemléltet.

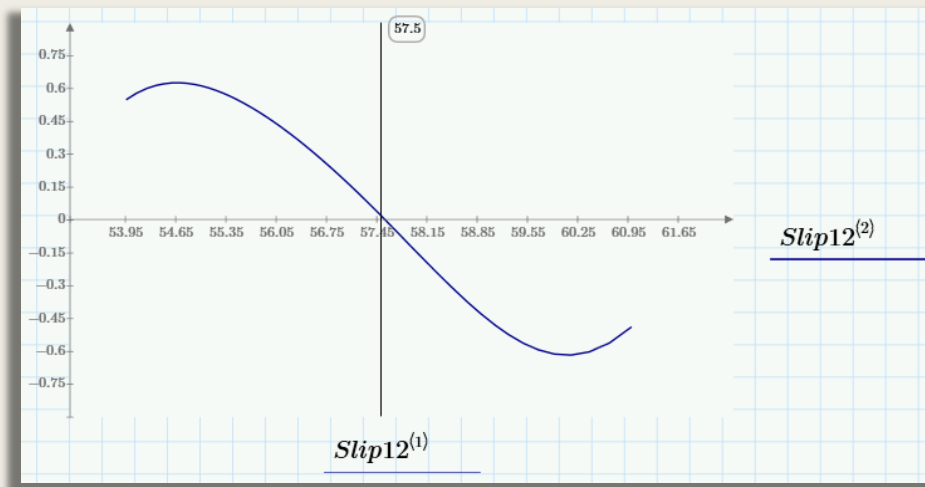
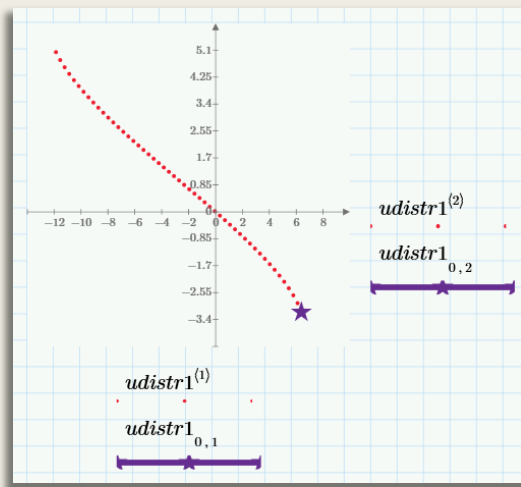


# Numerikus vizsgálatok

A numerikus vizsgálatokat **Mathcad** környezetben végeztük.

A vizsgálat során az evolvens illetve koszinusz fogaskerek esetében is vizsgálatokat végeztünk.

Mathcad környezetben a kapcsolóvonal hasznos szakaszát egyenlő hosszúságú szakaszokra osztottuk, ezt a **Mathcad** beépített függvényével valósítottuk meg.



# *Következtetések a modellről*

A vizsgálat során különböző fogsámú és profileltolású fogaskerék esetre végeztük a numerikus vizsgálatokat.

A numerikus vizsgálatok azt mutatják, hogy ha nem alkalmaznak profileltolást, a relatív csúszási együttható megengedhetetlenül magas értékeket ér el.

Ha a koszinuszos fogaskerék-hajtást profileltolással alakítják át, a relatív csúszás következetesen csökken.

Bizonyos különleges esetekben a koszinuszos fogaskerekek csúszási viselkedése jobb, mint az evolvens profilú fogaskerékpáré profileltolással.



# *Felhasználási területek*

Irodalmi kutatás alapján a Bolygóművek esetében koszinusz fogaskerekek alkalmazhatók.

Teljesítmény hajtóműveknél használható.

Kis helyigényű kialakításokban alkalmazható, mivel kis fogsámú kialakítások is megvalósíthatóak.

A feltételezett kis csúszási együtthatónak köszönhetően előnyös lehet műanyag fogaskerekeknél.

# *Következtetések*

A profileltolás jelentősen befolyásolja a fogaskerék profiljának alakját, illetve teherbíró és nyomatékátviteli képességét.

Amikor fogaskerékpárt generáltunk, észrevettük hogy a ha különböző fogszámú fogaskerekeket gyártunk, a nagyobb fogszám előnyösebb, mivel ekkor erősebb fogtövet tudunk kialakítani koszinuszgörbe esetében.

A koszinusz fogaskerekek, fogláb görbék alakját tekintve, kedvezőbbek, mint az evolvens fogazat, mivel az evolvens esetében gyengébb fogtő alakul ki, ez jelentősen befolyásolja a nyomaték átviteli képességet és a terhelhetőséget amik az élettartam csökkenését vonják maguk után.

A koszinusz fogazat esetében, kis fogszámoknál a profilok közötti távolság jelentősen csökken a fejkör felé haladva, ami kihegyesedés veszélyét hordozza.

Koszinusz profil alkalmazásával,  $Z=17$  fogszámnál kisebb fogszámú kerek is kialakíthatók, tehát a minimális fogszámhatár kitolható, ezzel szemben az evolvens profil esetében,  $Z=17$  fog alatt megjelenik az alámetszés.

# *Irodalomjegyzék*

- [1] Z. C. H. Z. Y. Z. a. C. C. Chuanrui Si, „Cosine Gear Planetary Transmission with Small Teeth Number Difference” *Materials Science and Engineering* , 2020.
- [2] S. S. Surajit Wadagaonkar, „Cosine Gear Stress Analysis with Experimental Validation, and Comparison with Involute Gear” *International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology*, 2. kötet, 2015.
- [3] W. W. Yu-yu Cai, „Study on Dynamic Simulation of New Cosine Gear” *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 269. kötet, 2017.
- [4] Y. W. J. W. Shanming Luo, „The generation principle and mathematical models” *ScienceDirect, Mechanism and Machine Theory*, 43. kötet, pp. 1543-1556, 2008



***KÖSZÖNÖM A MEGTISZTELŐ  
FIGYELMET!***