



ÓBUDAI EGYETEM  
ÓBUDA UNIVERSITY

# Óbudai Egyetem Anyagtudományok és Technológiák Doktori Iskola

---

## Szemcsés halmazok tisztítása és üleptése

Habilitációs téziszfüzet

Dr. Safranyik Ferenc, tudományos főmunkatárs

Óbudai Egyetem,  
Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar,  
Természettudományi és Alapozó Tantárgyi Intézet



ÓBUDAI EGYETEM  
BÁNKI DONÁT GÉPÉSZ ÉS  
BIZTONSÁGTECHNIKAI MÉRNÖKI KAR

2024.09.16.

## TARTALOMJEGYZÉK

I.	A KUTATÁS ELŐZMÉNYEI .....	1
II.	ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK .....	3
1.	Lengőrosták hatékonysági kérdései .....	3
1.1.	Analitikus rostálási modell fejlesztése .....	4
1.2.	Az analitikus eredmények hitelesítése .....	7
1.3.	A rostálás numerikus modellezése .....	8
1.4.	A rostálási hatékonyság meghatározása .....	11
1.5.	Tézisek .....	13
2.	Gravitációs ülepítőberendezés fejlesztése .....	14
2.1.	Homokkő szemcsék DEM modelljének kalibrálása .....	15
2.2.	A hóvihár töltési eljárás DEM modellje .....	18
2.3.	Kiáramlási sebesség hatása a porozitásra .....	19
2.4.	A hóvihár berendezés optimalása .....	20
2.5.	A szimulációsorozat hitelesítése .....	23
2.6.	Tézisek .....	25
3.	Szögletes silók kifolyásának analitikus leírása .....	26
3.1.	Kifolyási modellek .....	27
3.2.	Az Oldal-féle kifolyási modell kiterjesztése .....	28
3.3.	A kiterjesztett modell ellenőrzése és érvényességi határai	30
3.4.	Tézisek .....	33
III.	A KUTATÁS ÉS A BEMUTATOTT EREDMÉNYEK HA- TÁSA, VISSZHANGJA .....	34
IV.	IRODALMI HIVATKOZÁSOK .....	35
V.	A TÉZISPONTOKHOZ KAPCSOLÓDÓ TUDOMÁNYOS KÖZLEMÉNYEK .....	38

## I. A KUTATÁS ELŐZMÉNYEI

Már egyetemi éveim során, a Tudományos Diákkör keretében bekapcsolódhattam az akkori Szent István Egyetem, Mechanika és Műszaki Ábrázolás Tanszéken, Dr. M. Csizmadia Béla Professor Úr vezette, Szemcsés Anyagok Kutatócsoport munkájába. Egy rendkívül tehetséges és motivált emberekből álló csoportba csöppenve, silók gravitációs ürítését kezddhettem vizsgálni egy, 2011-ben még kevésbé ismert numerikus eljárással, a Diszkrét Elemek Módszerével (DEM). Ez 2013-ban meg is hozta az első komolyabb sikereket az Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Agrárműszaki tagozatában elért I. helyezéssel, majd e révén a Pro Scientia Aranyérem elnyerésével. Innen egyenes út vezetett a doktori képzésbe, amely során tovább folytattam a szemcsés halmazokkal, illetve a diszkrét modellek kalibrációjával kapcsolatos kutatást. 2017 februárjában sikeresen védtem meg *Silók gravitációs és vibrációs ürítése* című doktori értekezésemet.

Ezt követően posztdoktori kutatásaim középpontjába a szemcsés anyagalmazokat manipuláló technológiai folyamatok hatékonyságának vizsgálata és fejlesztése állt, például lengőrosták működési-, és szárítópatronok töltési hatékonyságának fejlesztése, vagy szögletes garatok tömegáramának analitikus közelítése révén. A következőkben az ezeken a területeken elért új tudományos eredményeket mutatom be.

A teljes anyagalmaz kiterjedéséhez képest kisméretű szilárd részekből álló ún. szemcsés halmazok az ipar valamennyi szegmensében jelen vannak. Gondoljunk például ömlesztve tárolt csavarokra egy forgácsoló üzemben, por állagú alapanyagokra, vagy tablettás kiszerezésű késztermékekre a gyógyszeriparban. Szélsőséges esetben (például az épületek menekülési útvonalainak tervezése során) még emberek egy csoportjára is tekinthetünk szemcsehalmazként. Az ilyen diszkrét felépítésű anyagok fizikai tulajdonságai nagyon különlegesek, azok bizonyos körülmények között szilárdtestekhez hasonlóan viselkednek (teherviselésre képesek),

azonban más, megváltozott körülmények között a folyadékokhoz hasonlatos jellemzőket mutatnak (pl.: kifolynak egy tartályból). Az ilyen halmazok speciális mechanikai tulajdonságai miatt az ezeket feldolgozó-, szállító- vagy tároló berendezések tervezése és hatékony üzemeltetése a legtöbb esetben nagy kihívás elé állítja a mérnököket és az esetek többségében csupán tapasztalati összefüggésekre, vagy kísérleti eredményekre hagyatkozhatnak.

A tervezési- és üzemeltetési költségek jelentősen csökkenthetőek megfelelően pontos modellek létrehozásával, illetve ezeket felhasználva a berendezések geometriájának, vagy működésének optimalizálásával. A legtöbb gyakorlati problémára megoldást kínálhatnak az ún. Lagrange-féle modellezési eljárások, mint a Diszkrét Elemes Módszer (DEM) [*Cundall és Strack, 1979*], amellyel a halmazt alkotó valamennyi részecske kölcsönhatása és mozgása nyomon követhető a teljes technológiai folyamat során. A módszer jelenlegi állapotában azonban nehézkesen használható a gyakorlatban, mivel egyelőre csak korlátozottan állnak rendelkezésre a modellezéshez elengedhetetlen anyagjellemzőket tartalmazó anyagkönyvtárak, emiatt a legtöbb esetben el kell végeznünk a modellparaméterek identifikációját, azaz a teljes modell kalibrációját. A számos anyagjellemző miatt a kalibrációs folyamat jellemzően nagyobb energia- és munkaráfordítást igényel, mint a modell felépítése, kiszámítása és az eredmények értékelése.

## II. ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK

### 1. Lengőrosták hatékonysági kérdései

A rostálás kiemelkedő fontosságú technológiai folyamat mind a mezőgazdaságban, mind az iparban (pl.: bányászat, gyógyszer-, vagy építőipar), de a szemcsés halmazokkal kapcsolatos kutatások során is elengedhetetlenek a szemcseméret-eloszlás meghatározása kapcsán. A különböző rostálási eljárások közül az egyik legmeghatározóbb a méret szerinti osztályozás, vagy tisztítás, amelynek lényege, hogy a lengőmozgást végző rostalemezen kialakított nyílásoknál kisebb méretű szemcsék áthullanak azokon, így lehetséges a heterogén szemcsés halmazok méret szerinti osztályozása, homogenizálása vagy tisztítása [*Csizmadia et al., 2011*].

A lengőrosták optimális működési frekvenciájának meghatározása kulcskérdés a tervezés fázisában, mivel a hatékonyabb rostálás kevesebb energia felhasználását jelenti, amellyel gazdaságosabbá tehető a folyamat és az azt kísérő káros zajok, rezgések is csökkenthetők. A gyakorló mérnökök számára azonban a legtöbb esetben csupán tapasztalati összefüggések, mérési adatsorok állnak rendelkezésre a tervezési folyamat elején, ezért a kutatás elsődleges célja olyan modell felállítása, amellyel a rostálási folyamat az elvárásoknak megfelelő pontossággal leírható, illetve adott geometriai konstrukció mellett a rostálás optimális technológiai paramétereit meghatározhatóak.

A szakirodalomban számos analitikus és numerikus rostálási modell található, azonban a különböző szerzők eredményei között számos ellentmondás fedezhető fel. Emiatt tehát a lengőrosták optimális működési paramétereinek meghatározása még jelenleg is nyitott kérdés. *Grozubinsky és szerzőtársai* (1988) elméleti úton határoztak meg függvénykapcsolatot a rostálás hatékonysága, a rostált anyag mechanikai- és a rosta geometriai jellemzői között. *Chen és Tong* (2009) háromdimenziós diszkrét elemes modelljükkel bizonyították, hogy a rostalemez hossza mentén a

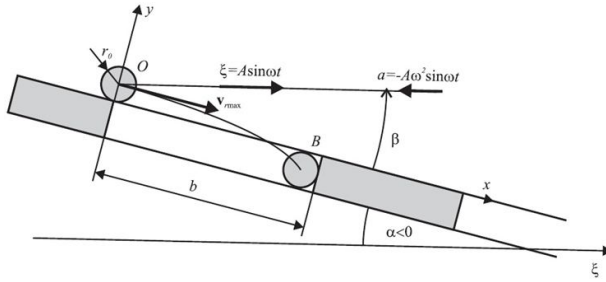
rostálási hatékonyság exponenciális eloszlás szerint változik. *Li és szerzőtársai* (2003) kétdimenziós numerikus modelljükkel a rostára helyezett szemcseréteg vastagságának tisztítási hatékonyságra gyakorolt hatását elemezték, amely alapján a résmérethez közeli szemcsék hatását negatívnak, míg a nagy szemcsék hatását kedvezőnek találták. *Chen és Tong* 2010-es munkájában különböző lengéssparaméterek (pl.: amplitúdó, frekvencia) rostálási hatékonyságra gyakorolt hatását vizsgálták. Eredményeik alapján a rosta optimális működési frekvenciája és amplitúdója kisebb a résméret közelében lévő átlagos szemcse nagyság esetén és nagyobb az ennél lényegesen nagyobb szemcseméretű anyagoknál. A szerzők megvizsgálták a rostalemez dőlésszögét is és eredményeik alapján valamennyi esetben a  $45^\circ$ -os dőlésszöget találták optimálisnak.

A lengőrosták hatékonyságát vizsgáló kutatás során heterogén szemcsés halmazok rostálásának analitikus és numerikus modelljét készítettük el. A Kertész-féle lengőrostán végzett kísérleti vizsgálatokkal hitelesített analitikus megközelítés, egy gömb alakú szemcse rostalemezen végzett relatív mozgásának dinamikáján alapul, tehát a halmazban a szemcsék között lejátszódó kölcsönhatásokat nem veszi figyelembe. Az analitikus eredmények pontosítása végett létrehoztuk a rostálási folyamat háromdimenziós numerikus modelljét is, amellyel figyelembe lehet venni a rostálandó- és a szennyező szemcsék ütközéseit is.

### 1.1. Analitikus rostálási modell fejlesztése

Első lépésben analitikusan próbáltuk leírni a szemcsék mozgását a rostalemezen, egy gömb alakú szemcse relatív mozgásának vizsgálatával. Ez alapvetően háromféleképpen lehetséges:

- nem jön létre relatív mozgás, azaz a rostához képest nyugalomban van a szemcse;
- a szemcse periodikusan előre- és hátrafelé csúszik vagy gördül a rostalemezen miközben nem válik el attól;
- némely esetben elválik a rostától a szemcse, majd szabad mozgást végez, ezt nevezzük pattogásnak.



1. ábra: Gömb alakú szemcse relatív mozgása a rostalemezen  
[Csizmadia et al., 2011]

A hatékony rostálás alapfeltétele, hogy a szemcsék ne hagyják el a rostalemezt, tehát a működési paramétereket úgy kell megválasztani, hogy pattogó mozgás ne jöjjön létre [Csizmadia et al., 2011].

Az egyes szemcsék mozgásának vizsgálatához tegyük az alábbi feltételezéseket:

- A rostalemez  $\alpha$  szöveget zár be a vízszintessel az 1. ábra szerint.
- A rostalemez vízszintes irányú ( $\alpha = -\beta$ ) harmonikus rezgőmozgást végez, mozgásegyenlete  $\zeta(t) = A \sin \omega t$ , ahol  $A$  a lengés amplitúdója,  $\omega$  a lengés körfrekvenciája,  $t$  pedig az idő.
- Vezessük be a fajlagos gyorsulás, dimenzió nélküli paramétert a rosta gyorsulásának jellemzésére ( $g$  a gravitációs gyorsulás):

$$X_\omega = \frac{A\omega^2}{g} \quad (1)$$

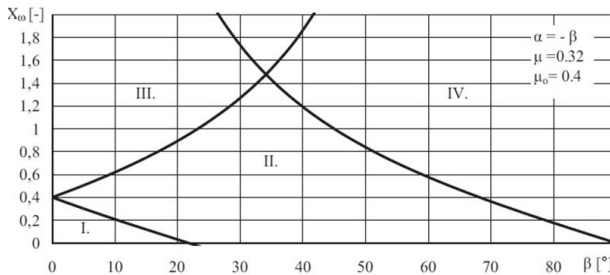
A fenti feltételezések alapján a rosta dőlésszögének ( $\beta$ ) és a fajlagos gyorsulás függvényében négy különböző állapot lehetséges (2. ábra):

- az *I.* zónában a szemcse nem végez relatív mozgást, azaz nem történik rostálás,
- a *II.* tartományban a szemcse lefelé csúszik a rostán,
- a *III.* zónában alternáló mozgást végez a szemcse a rostán fel-le, tehát ebben az esetben leghatékonyabb a rostálás,
- míg a *IV.* tartományban pattogás lép fel.

A szemcse relatív mozgásának dinamikája és az ebből meghatározott legnagyobb relatív sebesség alapján különböző anyagok és geometriai konstrukciók esetén az optimális technológiai paraméterek meghatározhatóak. Ezek értelmezéséhez vezessük be a rostanyílás szélesség ( $b$ ) – szemcseméret arányt ( $r_0$ ):

$$\chi = \frac{b}{r_0}. \quad (2)$$

A szemcse relatív mozgásának dinamikája alapján felírt trigonometrikus egyenletrendszer zárt alakban nem oldható meg, de



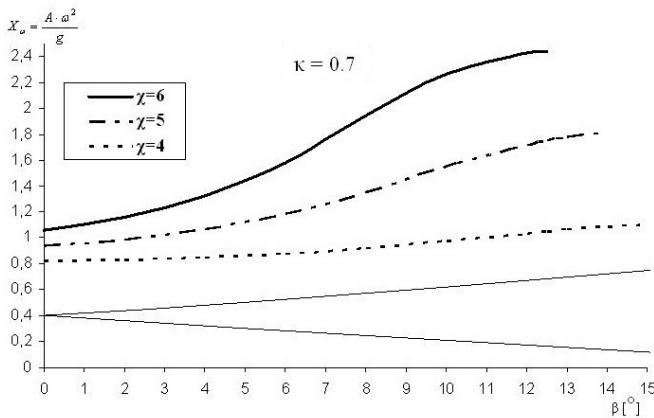
2. ábra: A különböző mozgásformák nomogramja  
[Csizmadia et al., 2011]



numerikus megoldásával az optimális fajlagos gyorsulás (és így az optimális rezgésparaméterek) a 3. ábrán látható nomogram alapján meghatározhatóak. A frekvencia határgörbék a 2. ábrán jelölt *III.* tartomány viszonylag szűk részébe esnek, így tehát a hatékony rostálás biztosított, mivel a szemcsék periodikusan előre- és hátrafelé mozognak a rostán. A különböző  $\chi$  értékhez tartozó határgörbék alapján meghatározhatjuk, hogy optimális technológiai beállítások mellett legfeljebb mekkora méretű szennyező szemcsék rostálhatóak ki egy heterogén halmazból.

## 1.2. Az analitikus eredmények hitelesítése

A fenti analitikus eredményeket egy környezetbarát, zárt rendszerű lengőrostán, az ún. Kertész-féle rostán validáltuk.  $b/A = 0,7$  nyílásméret - lengésszámplítódó arány,  $X_\omega = 0,805$  fajlagos gyorsulás,  $\chi = 4$ , valamint  $\beta = 7^\circ$ -os dőlésszög mellett az analitikus modell alapján  $r_0 = 4$  mm nagyságú szennyező szemcsék hatékonyan eltávolíthatóak a halmazból. A kísérleti vizsgálatok alapján  $4,2 \pm 0,3$  mm átmérőjű szennyezőktől megtisztítható a halmaz.



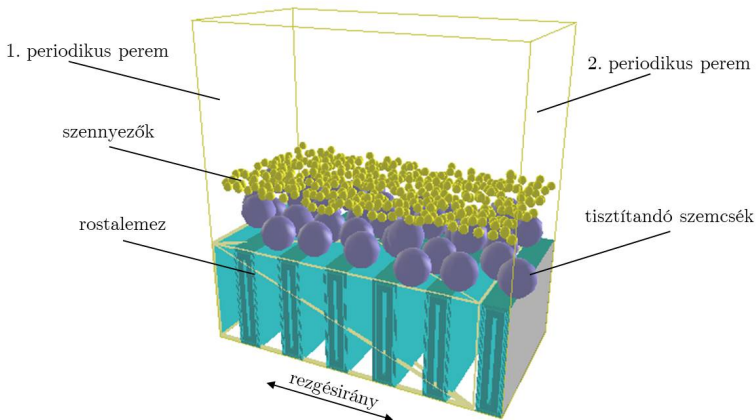
3. ábra: Különböző méretű rostálandó szemcsékhez tartozó frekvencia határgörbék

Ez alapján tehát az analitikus eredmények elfogadható pontossággal alkalmazhatóak a gyakorlatban a 3. ábrán látható rezgés és geometriai paraméterek viszonylag szűk tartományában.

### 1.3. A rostálás numerikus modellezése

Az előzőekben ismertetett analitikus modell kiterjesztése érdekében a rostálási folyamat DEM modelljét hoztuk létre (4. ábra). A számításgigény csökkentése érdekében a rosta modellezett részének elején és végén ún. periodikus peremet alkalmaztunk. Ezek sajátossága, hogy az egyik peremen áteső szemcsék a másik peremen jelennek meg. Ez lehetővé teszi, hogy a rostalemez egy részének modellezésével a falak zavaró hatását kiküszöböljük, így modellünk rezgés irányába vett hosszmérete tulajdonképpen végtelen.

A tisztítási folyamat leírásához két különböző méretű, gömb alakú, tökéletesen merev szemcsetípust használtunk. A tisztítandó szemcsék jellemző mérete  $r_0 = 1,6$  mm volt, míg a szennyezők méretét három fokozatban változtattuk ( $r_1 = 0,42$  mm,  $r_2 = 0,5$



4. ábra: A rostálási folyamat diszkért elemes modellje

1. táblázat: A mikromechanikai paraméterek

	<b>szemcse</b>	<b>rosta</b>
rugalmassági modulus [kPa]	50	$2,1 \cdot 10^5$
Poisson-tényező [-]	0,4	0,33
sűrűség [ $\text{kgm}^{-3}$ ]	1430	7850
súrlódási tényező [-]	0,3	0,52
gördülési ellenállási tényező [-]	0,001	-

mm és  $r_3 = 0,625$  mm). A modellben alkalmazott rostalemez jellemző résméretét  $b = 2,5$  mm-re vettük fel, így a 3. ábrán látható  $\chi$  értékeknek megfelelő numerikus modelleket hoztunk létre ( $\chi_1 = 6$ ,  $\chi_2 = 5$  és  $\chi_3 = 4$ ). Mind a tisztítandó, mind a szennyező szemcsék mikromechanikai paramétereit egy korábbi munkánk alapján [Oldal és Safranyik, 2015] bűzára kalibrált értékek szerint vettük fel. A rostalemez mikromechanikai jellemzőit pedig acélnak megfelelően állítottuk be. A modellezés során használt anyagjellemzők az 1. táblázatban láthatóak.

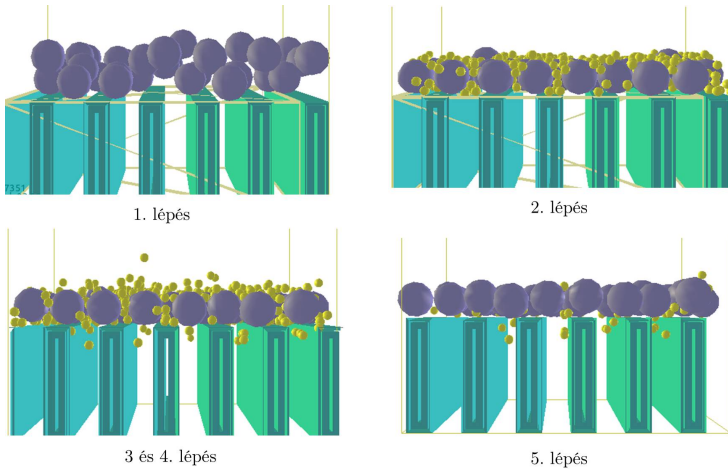
A rostalemez a DEM modellben is harmonikus rezgőmozgást végez, a mozgásegyenlete  $\zeta(t) = A \sin \omega t$ . A rezgés amplitúdóját minden esetben  $A = 3,57$  mm-re állítottuk be, a frekvenciáját pedig szisztematikusan változtattuk 10 lépésben  $f_1 = 6,46$  Hz-től  $f_{10} = 12,92$  Hz-ig. Ezzel a fajlagos gyorsulás  $X_{\omega_1} = 0,6$ -tól  $X_{\omega_{10}} = 2,4$ -ig terjedő tartományában vizsgálódtunk. Valamennyi beállítás a 2. táblázatban látható.

2. táblázat: Különböző rezgésfrekvencia és  $X_\omega$  értékek

frekvencia [Hz]	$X_\omega$ [-]	frekvencia [Hz]	$X_\omega$ [-]
6,46	0,6	10,55	1,6
7,46	0,8	11,19	1,8
8,34	1	11,8	2
9,14	1,2	12,37	2,2
9,87	1,4	12,92	2,4

A rostálás folyamata a numerikus modellben öt fő lépésből állt:

1. A rostálandó elemek létrehozása a rostalemez felett, majd gravitációs ülepítésük. A nagyméretű szemcsék darabszáma:  $N_b$ .
2. Amikor a halmaz elérte a kvázistatikus állapotot a szennyező szemcséket hoztuk létre, majd szintén gravitációsan ülepítettük azokat. Kezdeti darabszámuk:  $N_{s0}$ .
3. Várakozás újból a kvázistatikus állapot eléréséig, amíg a rosta nyílásai zárva vannak.
4. A heterogén halmaz generálása után, a rostalemez lengőmozgásba kezd és a nyílások kinyílnak, így a szennyezők áteshetnek rajtuk. Minden rostalemez alá hulló szennyező szemcsét törölünk a szimulációból és valamennyi iterációs lépésben meghatározzuk a szennyezők aktuális darabszámát:  $N_{si}$ .
5. A rostálás akkor ér végét, ha a szennyezők darabszáma a kezdeti darabszám 10%-a alá csökken ( $N_{si} < N_{s0}/10$ ). A folyamat végén regisztráltuk a heterogén halmaz megtisztításához szükséges időt.



5. ábra: A rostálási folyamat DEM modelljének lépései

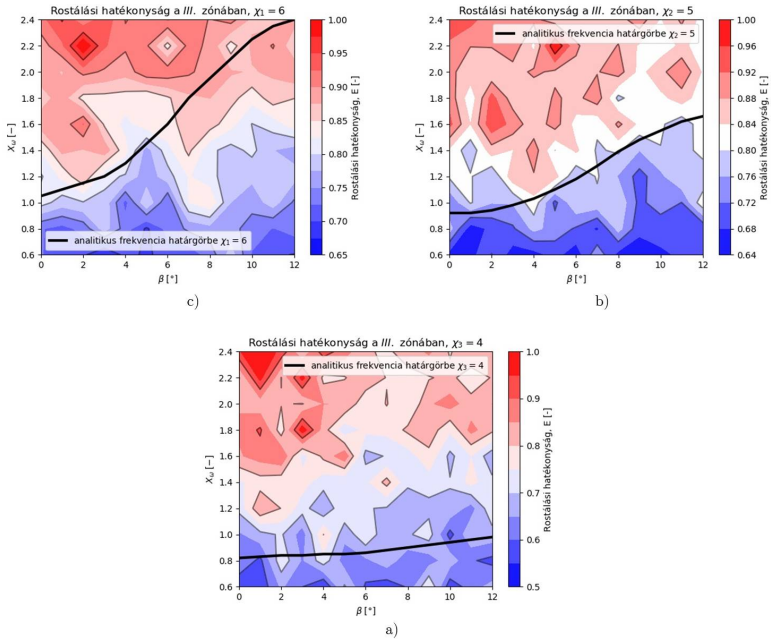
A szemcseméreten és a rezgésfrekvencián felül a rostalemez dőlésszögét is változtattuk  $\beta_0 = 0^\circ$ -tól  $1^\circ$ -os lépésben  $\beta_{13} = 12^\circ$ -ig, illetve valamennyi beállításhoz tartozóan háromszoros ismétléssel végeztük el a számítást és ezek számtani átlagát vettük alapul a hatékonyság meghatározásakor.

#### 1.4. A rostálási hatékonyság meghatározása

A rostálási hatékonyságot ( $E$ ) az egyes beállításokhoz tartozó rostálási idők ( $t_i$ ) szimulációs sorozatban számított leghosszabb rostálás idejének ( $t_{\max}$ ) arányaként definiáltuk:

$$E = \frac{t_i}{t_{\max}}. \quad (3)$$

A 6. ábrán az átlagos rostálási hatékonyság látható különböző méretű szennyező szemcsék esetén, a rosta dőlésszögének és fajlagos gyorsulásának függvényében. A 6/a ábrán jól látható, hogy a legkisebb vizsgált szennyező méret ( $r_1 = 0,42$  mm;  $\chi_1 = 6$ ) esetén az analitikusan számított frekvencia határgörbével  $\beta_h = 5^\circ$ -os



6. ábra: Az átlagos rostálási hatékonyság különböző szemcseméreték esetén a rosta dőlésszögének és fajlagos gyorsulásának függvényében

határdőlésszögig összhangban vannak a numerikusan meghatározott hatékonyság értékek. E felett a határdőlésszög felett a DEM modellel kapott hatékonyság eltérő jelleggel változik. A 6/b és 6/c ábra alapján viszont nagyobb méretű szennyező szemcsék esetén az analitikusan számított határfrekvencia értékekkel a teljes vizsgált dőlésszög tartományban összhangban vannak a numerikusan kapott hatékonyság eredmények. A legpontosabb egyezést  $\chi = 5$  esetén figyelhetjük meg (6/b ábra).

## 1.5. Tézisek

1. *Az analitikus rostamoddal számított hatékonyságok jó egyezést mutatnak a Kertész-féle lengőrostán végzett kísérleti vizsgálatokkal  $b/A = 0,7$  nyílásméret- és lengésamplitúdó arány,  $X_\omega = 0,805$  fajlagos gyorsulás,  $\chi = 4$  rostanyúlás szélesség–szemcseméret arány, valamint  $\beta = 7^\circ$ -os dőlés-szög mellett. Tehát ezen paraméterekkel az analitikus modell alkalmas a biztonsággal kirostálható szemcsék méretének meghatározására, illetve a hatékony működést szavatoló határfrekvencia megbecsülésére [1].*
2. *A numerikus rostamoddal alkalmas a rostálási folyamat elfogadható pontosságú modellezésére és a rostálási hatékonyság kiszámítására [1].*
3. *Az analitikus rostamoddal  $\chi_1 = 6$  esetén  $\beta_h = 5^\circ$ -os határdőlésszögig használható megbízhatóan, e felett a szemcsék ütközéseinek olyan jelentős a hatása, hogy a rostálási hatékonyság kiszámításához szükségszerűen a bemutatott diszkrét elemes modellt célszerű használni. Nagyobb méretű szennyező szemcsék esetén ( $\chi_2 = 5$ ,  $\chi_3 = 4$ ) a teljes vizsgált dőlésszög tartományban ( $0^\circ < \beta < 12^\circ$ ) jó egyezést mutatnak az analitikus és a numerikus eredmények [1].*

## 2. Gravitációs ülepítőberendezés fejlesztése

Az ipari levegő kezelése és előkészítése kiemelt fontossággal bír mind a vasúti-, mind a közúti járművek fékrendszerei esetén. Súlyos meghibásodáshoz vezethet a levegő nedvességtartalmának kicsapódása a fékberendezés fém alkatrészeinek felületén, a korróziós folyamatok felgyorsítása vagy éppen fagyveszély révén. Az ilyen jellegű problémák nagyrészt elkerülhetőek, amennyiben száraz, legfeljebb 20-40% relatív nedvességtartalmú sűrített levegővel üzemeltetjük a fékberendezéseket.

A légszárítás egyik legelterjedtebb módja a vasútiparban olyan szárítópatronok alkalmazása, amelyek képesek megkötni a levegő nedvesség-, esetlegesen olajtartalmát. Működésük lényege, hogy a levegőt keresztülvezetjük egy ún. desszikáns anyaghalmazon, amely képes hatékonyan megkötni a folyadékmolekulákat.

A szárítási folyamat hatékonyságát alapvetően két módon javíthatjuk: Vagy jobb nedvességmegkötő tulajdonságokkal rendelkező desszikáns anyagot használunk (pl. a kémiai tulajdonságok módosításával felületkezelés révén), vagy ha erre nincsen lehetőség, akkor a szárítópatronba töltött anyag halmazsűrűségét kell növelni. A halmazsűrűség növelésének (vagyis a pórustérfogat csökkentésének) bevett módja a vibráció alkalmazása. A szemcsés halmazok gerjesztés hatására bekövetkező tömörödésével számos kutató foglalkozik [*Raihane et al., 2011, James et al., 1995*]. Ezek a tanulmányok kimutatták, hogy külső gerjesztéssel növelhető az adott térfogatba betöltött anyagmennyiség, azonban a rezgésbevezetés energiaszükséglete jelentős többletköltséggel jár. Amennyiben a szárítópatronba legalább a rezgésbevezetéssel járó töltési móddal megegyező mennyiségű anyagot tölthetnénk be, minimalizálva az energiafelhasználást, csökkenthetnénk a rendszer karbantartásigényét, illetve összetettségi fokát is.

Ígéretes megoldás lehet az ún. hóvihár (*snowstorm*) ülepítési eljárás, amelyet 1946-ban szabadalmaztattak az Egyesült Király-



ságban [Harris, 1946]. A szabadalom lényege, hogy egy kúpos töltőgarat és az alatta elhelyezett megtöltendő tartály közé akadályokat (pl.: egy hálót, vagy rudazatot) helyezünk. Az akadályok feladata, hogy eloszlassák a lehulló szemcséket, így növelve az ülepített anyag halmazsűrűségét. A folyamat két fő részre bontható: Az első a töltőgaratból történő kifolyás, amely régóta kutatott terület [Goda és Ebert, 2005, Gonzalez-Montanello et al., 2011, Oldal és Safranyik, 2015]. A második pedig a lehulló szemcsék kölcsönhatása a töltőgarat alatt elhelyezett akadályokkal, amely eredménye az ülepített szemcsék halmazsűrűségének növekedése. A segédelem nélkül, gravitációsan ülepített halmaz tömörségét számos tényező befolyásolja, mint a szemcsék mérete és alakja [Abreu et al., 2003], anyagtulajdonságaik [Zu és You, 1996], vagy a lehullás sebessége [Dong et al., 2012]. Bár a hóvihár technikát közel 80 éve szabadalmaztatták, működésének elméleti hátterét, alkalmazási korlátait 2020-ban megjelent cikkünk [2] előtt tudományos folyóiratban még nem dokumentálták.

## 2.1. Homokkő szemcsék DEM modelljének kalibrálása

Elsőként a homokkő szemcseméret-eloszlását vizsgáltuk vibrációs rostasorral. Ehhez 6 különböző áteresztőképességű rostát helyeztünk egymás tetejére (7. ábra), majd a rostálás végeztével megálapítottuk az egyes szinteken visszamaradt szemcsék mennyiségét.

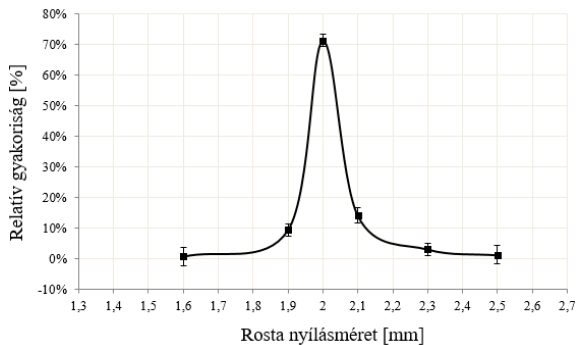
A szemcseméret-eloszlás diagram (8. ábra) jól mutatja, hogy a vizsgált szemcsék több mint 70%-a 2 mm átmérőjű. Az eloszlást figyelembe véve  $d_p = 2 \pm 0,2$  mm méretű, gömb alakú elemekkel közelítettük a homokkő granulátumot a modellben.

A szemcsemodell létrehozása után a következő lépés a mikromechanikai paraméterek kalibrálása volt. Mivel a hóvihár ülepítési eljárás része a kúpos garatból történő kifolyás, ezért a paraméterek kalibrálásához is ezt a jelenséget választottuk. Laboratóriumi kifolyásvizsgálatokat végeztünk egy 100x50 mm keresztmetszetű, acéllemezből készült modellsilóval. A garat félkúpszöge  $60^\circ$ , a

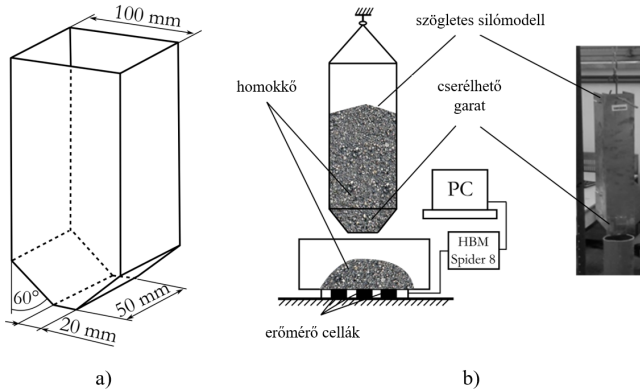


7. ábra: a) Homokkő szemcsék, b) Többlépcsős vibrációs rosta

kifolyónyílás mérete pedig 50x20 mm volt (9. ábra). A vizsgálatok során a kifolyt anyag tömegét mértük 50 Hz-es mintavételi frekvenciával (10/b ábra). Mind a kísérletek, mind a numerikus számítások eredményei azt mutatják, hogy a garatból kifolyó anyagmennyiség lineárisan változik a folyamat során, azaz a kifolyási tömegáram állandó, ami a szemcsés halmazok ismert sajátossága [Oldal és Safranyik, 2015]. Ez azt jelenti, hogy mind a laboratóriumi kísérletek, mind pedig a szimulációk megfelelően reprezentálják a szemcsés halmazok kifolyását. A 10/a ábrán látható sebességeloszlás is ezt támasztja alá, amelyen jól megfigyelhető a várakozásoknak megfelelő tölcséres áramlás.

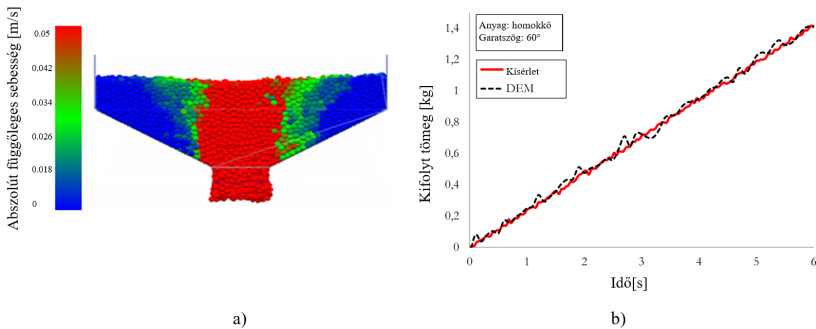


8. ábra: Homokkő szemcseméret-eloszlása



9. ábra: Kísérleti elrendezés

A 10/b ábrán látható, szinte tökéletesen egyező kifolyási tömeg-áramokat (a kifolyt tömeg–idő függvény meredekségét) a mikro-mechanikai paraméterek szisztematikus változtatásával, néhány iteráció után kaptuk. Ennek a kalibrációs eljárásnak eredményeként állapítottuk meg a 3. táblázatban látható mikromechanikai jellemzőket.



10. ábra: a) Sebességmező, b) Számított és mért kifolyt tömeg

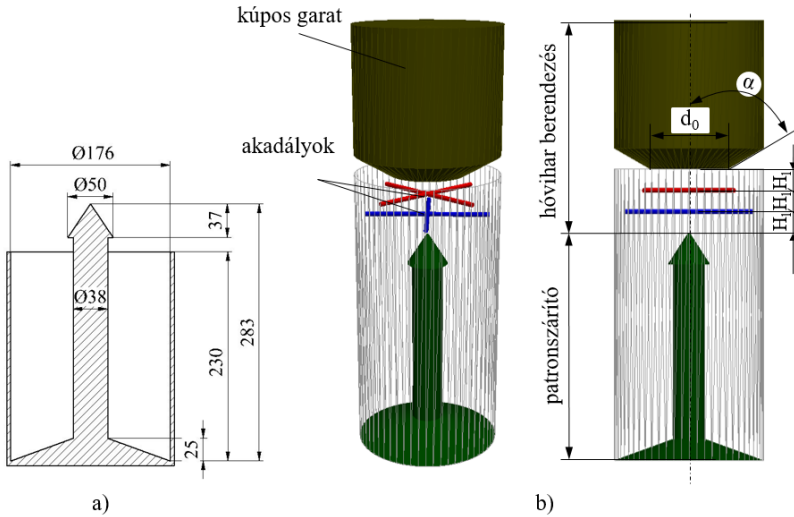
3. táblázat: A homokkő kalibrált mikromechanikai paraméterei

	<b>szemcse</b>	<b>tároló</b>
rugalmassági modulus [kPa]	1000	$2 \cdot 10^8$
Poisson-tényező [-]	0,4	0,3
sűrűség [ $\text{kgm}^{-3}$ ]	780	7850
súrlódási tényező [-]	0,03	0,1
gördülési ellenállási tényező [-]	0,001	-

## 2.2. A hóvihár töltési eljárás DEM modellje

E fentebb ismertetett szemcsemodell és mikromechanikai paraméterkészlet alkalmazásával egy egyszerűsített geometriájú ipari szárítópatron töltését modelleztük. A szárítóberendezés egy henger, amelyben egy kettős kúp alakú terelőelem található (11 ábra). A patron felett a hóvihár ülepítőberendezést helyeztük el. A kúpos töltőgarat két jellemző mérete, a kifolyónyílás átmérője, illetve a garat félkúpszöge. A garat és a szárítópatron között az akadály kapott helyet, amely esetünkben több szinten, sugárirányban elhelyezett, hengeres elemekből álló rudazat. Valamennyi szinten úgy hoztuk létre a rudazatot, hogy az azt alkotó rudak mindig a szomszédos szint rúdközeiben helyezkedjenek el (11. ábra). A számítások során

- elsőként véletlenszerűen létrehoztuk a halmazt a töltőgaraton belüli térrészben;
- majd gravitációsan ülepítettük a szemcséket a zárt töltőgaratban, míg a halmaz el nem érte a kvázistatikus állapotot;
- ezután kinyílt a garat kifolyónyílása és a szemcsék behullottak a szárítópatronba;
- miután a halmaz másodjára is kvázistatikus állapotba került, meghatároztuk porozitását.



11. ábra: Szárítópatron a felette elhelyezett hóvihar ülepítőberendezéssel

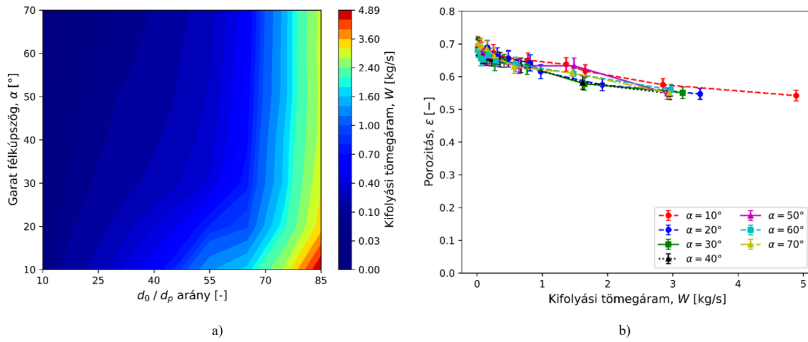
A porozitást az alábbi összefüggéssel számítottuk:

$$\varepsilon = \frac{V_0 - V_s}{V_0} = 1 - \frac{V_s}{V_0}, \quad (4)$$

ahol  $V_0$  a halmaz által elfoglalt térfogatot jelöli,  $V_s$  pedig a szemcsék összesített térfogatát.

### 2.3. Kiáramlási sebesség hatása a porozitásra

A lehullási sebesség nyugalmi állapotban kialakuló porozitásra gyakorolt hatásának vizsgálatához az akadályok (a rudazat) nélkül végeztünk szimulációsorozatot, amelynek során a töltőgarat félkúpszögét  $10^\circ$ -tól  $70^\circ$ -ig, valamint a kifolyónyílás méretét 20 és 170 mm között változtattuk (ez 10 és 85 közti kifolyónyílás méret–szemcseméret arányt jelent).



12. ábra: a) Kifolyási tömegáram a garat félkúpszög és a kifolyónyílás méretének függvényében, b) Porozitás a kifolyási tömegáram függvényében

A 12/a ábrán látható, hogy a kifolyási tömegáramot nagyban befolyásolja a kifolyónyílás mérete, illetve, hogy  $30^\circ$  alatt gyorsan növekszik az egységnyi idő alatt kifolyt anyagmennyiség, míg felette érdemi változás nem tapasztalható, adott kifolyónyílás méret mellett. Ennek oka, hogy meredek garat esetén tömegáramlásról beszélünk, amikor is a teljes halmaz mozgásban van, míg kevésbé meredek garat esetén, annak belső falán holt zónák alakulnak ki és a szemcsék mozgása a nyílás feletti régióra koncentrálódik (ezt a kifolyási módot tölcseres áramlásnak nevezzük). A 12/b ábrából egyértelműen következik, hogy az alacsony félkúpszögű garatok esetén tapasztalható gyorsabb kiáramlással, tömörebb halmazt kapunk a gravitációs ülepités eredményeül, hiszen minél kisebb a porozitás, annál nagyobb a halmazsűrűség.

#### 2.4. A hóvihár berendezés optimalizálása

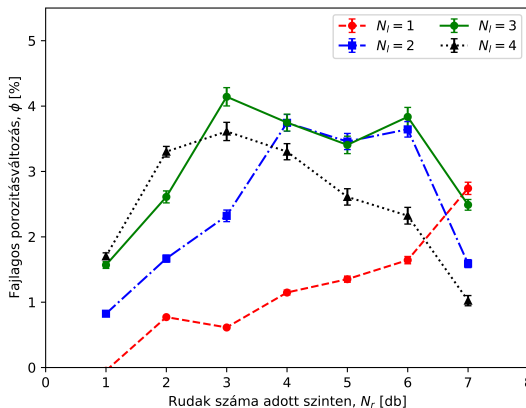
A fent megfogalmazott eredményt, az ülepitőberendezés geometriai optimalizálásával értük el. Ehhez szisztematikusan megvizsgáltuk az egyes geometriai paraméterek hatását az ülepitett halmaz

porozitására. Ehhez a 2.3. fejezet alapján  $10^\circ$ -os félkúpszögű és 170 mm átmérőjű kifolyónyílást alkalmaztunk a rudazat felett. Az elemzett geometriai paraméterek és azok vizsgálati tartományai a következők:

- Az egyes szinteken elhelyezett rudak száma,  $N_r$ , amelyet 1 és 7 között változtattunk.
- A szintek száma,  $N_l$ , amelyet 1 és 4 között változtattunk.
- A szintek közötti függőleges távolság,  $H_l$ , amely minimális értéke 10 mm, maximális értéke pedig 40 mm volt.
- A hengeres rudak átmérője, amelyet 0,8 és 11,2 mm között módosítottunk (a szemcseátmérőhöz viszonyítva ez 0,4 és 5,6 közti arányt jelent).

A jelenség véletlenszerűségeinek kezelése érdekében valamennyi geometriai konfigurációval 10-szer futtattuk a diszkrét elemes modellt, majd az átlagos porozitás értékekkel dolgoztunk. Ahhoz, hogy az egyes geometriai jellemzők hatását könnyebb legyen értelmezni bevezettük a fajlagos porozitásváltozást:

$$\phi_i = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_i}{\varepsilon_0} \cdot 100 [\%], \quad (5)$$



13. ábra: Fajlagos porozitásváltozás a vizsgált esetekben

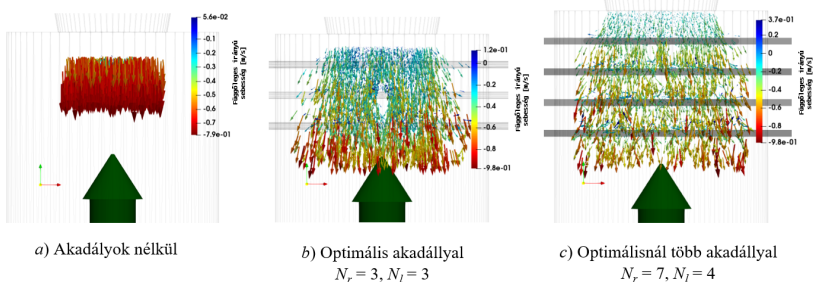
ahol  $\varepsilon_0$  a hóvihar ülepítőberendezés nélkül számított, kezdeti porozitás,  $\varepsilon_i$  pedig az adott konfigurációhoz tartozó átlagos porozitás. A szimulációsorozat eredményei a 13. ábrán látható. 1-nél több szintből álló rudazat esetén egyértelműen látszik, hogy a tömörödésnek optimuma van 3-4 szintenkénti rúdszám mellett.

3 szinten, egyenletesen elhelyezett 9 db rúdból álló ülepítőberendezéssel érhetjük el e maximális tömörödést, amely 4,2%-os fajlagos porozitásváltozást és 9,5%-os betöltött anyagtöbbletet jelent az egyszerű gravitációs ülepítéshez képest, külső gerjesztés nélkül.

Az optimum jelenlétének oka, hogy a ülepítőberendezésből függőlegesen lefelé hulló szemcsék oldalirányú sebességét növelik az akadályokkal való ütközések, ezáltal egyenletesebben eloszlanak el a szárítópátróban, ám túl sok ütközés részben kiolthatja ezt a hatást, növelve az áramlási ellenállást (14. ábra).

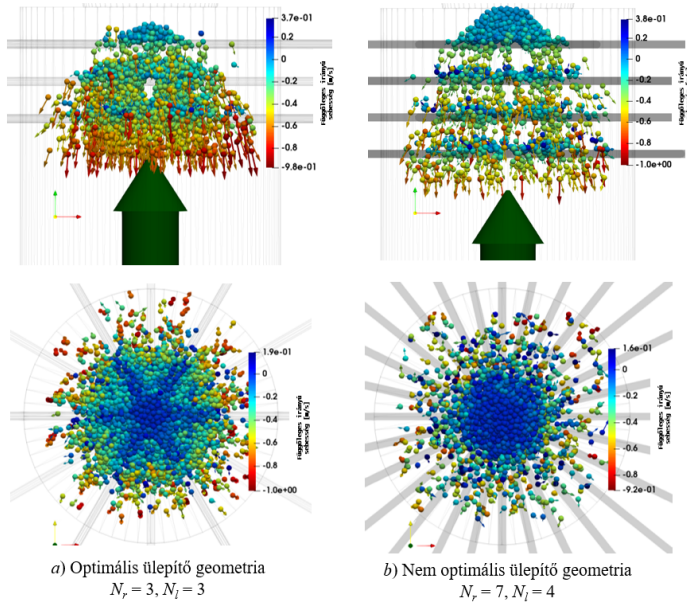
A 15. ábrán egy, a töltőgarat teljes kiürülése utáni állapotot figyelhetünk meg. Jól látható az optimálisnál több akadály megnövekedett áramlási ellenállása. Azt is megfigyelhetjük, hogy a legfelső szinten felhalmozódnak a szemcsék és gyakorlatilag meg is állnak, ezek egy része nem hullik bele a szárítópátromba.

A rúdátmérő és a rudazati szintek közötti távolság bár kisebb mértékben, de szintén hatással van az ülepített halmaz tömörségére.



14. ábra: Függőleges szemcsesebességek





15. ábra: Szemcsesebességek a töltőgarat teljes kiürülése után

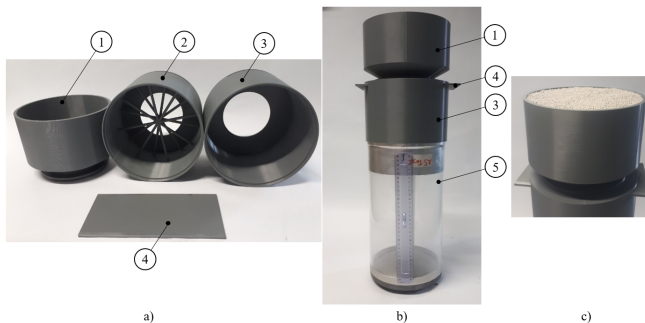
Ezen geometriai paraméterek változtatásával is szélső értéket mutató fajlagos porozitásváltozás figyelhető meg, ám a különbség a hóvihár berendezés nélküli esethez képest csupán 2,4%.

## 2.5. A szimulációsorozat hitelesítése

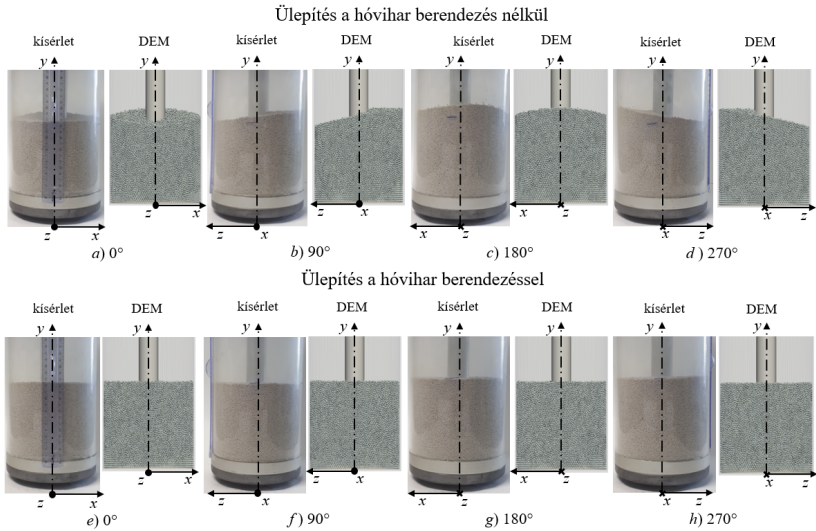
A diszkrét elemes ülepítési modell helyességének igazolása céljából összevetettük azt kísérleti vizsgálatokkal is. Ezek során a szimulációkban használt szárítópatront, illetve 3D nyomtatással készült, 2 szinten egyenletesen eloszlott 8 rúdból álló hóvihár ülepítőberendezést alkalmaztunk. A kísérletek során használt töltőgarat félkúpszöge  $60^\circ$ , kifolyónyílásának átmérője pedig 90 mm volt. Az ülepítőben használt rudak átmérőjét 5,6 mm-re, a szintek közti távolságot pedig 25 mm-re választottuk (16. ábra). A laboratóriumi vizsgálatok első lépése minden esetben a kúpos garat teljes feltöltése volt 2,66 kg-nyi homokkő szemcsével.

Mivel a töltőgaratot kézzel, viszonylag lassan nyitottuk meg a tesztek során, a hóvihar ülepítő nélkül aszimmetrikus anyagfelszín alakult ki a szárítópatronban. Az ülepítési folyamat végén megmértük az átlátszó falú tartályban a halmaz legnagyobb és legkisebb magasságát, majd ezt hasonlítottuk össze a szimulációk során kapott értékekkel. Az aszimmetria érzékeltetése céljából az anyagfelszíneket 4 különböző nézetben, a szárítópatron függőleges tengelye körül  $90^\circ$ -onként körbeforgatva jelenítettük meg a 17. ábrán.

Nemcsak ez a kvalitatív összehasonlítás mutat jó egyezést a szimulációk és a kísérletek között, de a mért anyagmagasságok is, amelyek között a legnagyobb eltérés mindössze 6%, 134 mm-es átlagos töltetmagasság esetén a hóvihar ülepítő alkalmazása nélkül. A legnagyobb eltérés az ülepítő alkalmazásakor csupán 3% volt, 124,7 mm-es átlagos töltetmagasság mellett. A hitelesítéssel tehát bizonyítottuk, hogy a szimulációs modell jó közelítése a valóságnak, illetve kísérletileg is bemutattuk, hogy a hóvihar ülepítőberendezéssel tömörebb és egyenletesebb felszínű halmazt kapunk külső gerjesztés nélkül (a mért tömörödés 6,9%, míg az ugyanilyen geometriát használó DEM modellel számított 8,3%).



16. ábra: A hitelesítéshez használt kísérleti eszközök: 1) kúpos garat, 2) hóvihar ülepítő, 3) közdarab hóvihar ülepítő nélkül, 4) elzáró elem, 5) szárítópatron



17. ábra: Kísérletekkel és szimulációkkal kapott anyagfelszínek

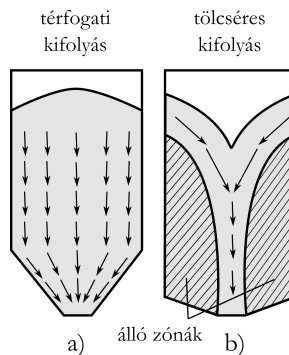
## 2.6. Tézisek

4. Szemcsehalmazok kúpos garatból történő gravitációs kifolyása esetén az ülepített halmaz tömörségét jelentős mértékben növeli a szemcsék kiáramlási sebessége. Ez azt jelenti, hogy a meredek, térfogati áramlású garatok alkalmazása célszerű olyan technológiai folyamatokban, amelyekben a cél a lehető legmagasabb halmazsűrűség elérése [2, 3, 4].
5. Három szinten, egyenletesen elrendezett 9 db hengeres rúd-ból álló hóvihár ülepítőberendezés alkalmazásával 9,5%-kal több szemcsés anyag ülepíthető ugyanabba a térfogatba, mint a hóvihár berendezés alkalmazása nélkül. Ennél több akadály oly mértékben megnöveli az ülepítő áramlási ellenállást, hogy az átfolyási sebesség túlzott csökkenése miatt nem lesz optimális a halmazsűrűség [2, 3, 4].

### 3. Szögletes silók kifolyásának analitikus leírása

A silók és szögletes garatok egyik legfontosabb technológiai paramétere, kifolyási tömegáramuk. Az ilyen függőleges tárolókhoz a legtöbb esetben valamilyen anyagmozgató berendezés csatlakozik, amely tervezésének, kiválasztásának alapfeltétele, hogy egységnyi idő alatt mekkora anyagmennyiséget kell fogadnia. A szemcsés halmazok hengeres, vagy szögletes tartályból történő kifolyásának leírása azonban kihívás elé állíthatja a mérnököket, mivel a halmazok speciális mechanikai tulajdonságai (pl.: a kifolyási tömegáram állandó a tároló ürítése során, nem függ a töltetmagasságtól) miatt azok kiáramlása nem írható le a folyadékokra jellemző hidrodinamikai egyenletekkel [Jenike, 1987].

A halmazon belüli sűrűlódás és ütközések nemcsak a kifolyás sebességére vannak hatással, hanem a garatban kialakuló szemcsemozgásokra is. Ennek hatására két jellemző kifolyási mód alakulhat ki a geometriai- és sűrűlódási viszonyoktól függően.  $35^\circ$ -os garat félkúpszög felett tölcséres kifolyási mód a jellemző. Ilyen esetben a garat falán álló zónák alakulnak ki és a szemcsék mozgása a kifolyónyílás feletti zónára koncentrálódik. Meredek garatok esetén, azonban a teljes halmaz mozgásban van a tartály kiürítése során, amit térfogati áramlásnak nevezünk [Jenike et al., 1973].



18. ábra: Jellemző kifolyási módok [Jenike et al., 1973]

### 3.1. Kifolyási modellek

A kifolyási tömegáram meghatározásának két alapvető módja az analitikus és a numerikus megközelítés. A numerikus modellek elvitathatatlan előnye, hogy a teljes félkúpszögtartományban elfogadható pontossággal alkalmazhatóak [Goda és Ebert, 2005; Oldal és Safranyik, 2015], azonban számításigényük jelentős, illetve az anyagjellemző mikromechanikai paraméterek korlátozott hozzáférése miatt a modell kalibrációját is el kell végeznünk a legtöbb esetben, ami szintén növeli a számításigényt és a megoldási időt.

Az analitikus modellek alkalmazása jóval egyszerűbb és gyorsabb, ezért a mérnöki gyakorlatban jobban használhatóak, amennyiben elfogadható pontossággal közelítik a kiáramlási folyamatot. A szakirodalomban fellelhető analitikus megközelítések közül a Beverloo-féle [1961] és az Oldal-féle [2012] modellek a legpontosabbak. Mindkét összefüggés tölcséres kifolyás esetén alkalmazható megfelelő pontossággal, viszont a kettő közti legfőbb különbség, hogy Beverloo modelljét tapasztalati úton hozta létre, a modelljében szereplő állandónak nincsen fizikai jelentése, míg Oldal instabil boltozatok felépülésének és összeomlásának sorozataként értelmezte a tölcséres kifolyást, ezzel adva magyarázatot a fizikai jelenségre.

A Beverloo-féle összefüggés [1961]:

$$W = 0,58\rho\sqrt{g}\sqrt{(d - kd_p)^5}, \quad (6)$$

ahol  $W$  a kifolyási tömegáram,  $\rho$  a halmazsűrűség,  $g$  a gravitációs gyorsulás,  $d$  a kifolyónyílás átmérője,  $d_p$  a szemcsék jellemző mérete,  $k$  pedig a Beverloo-féle empirikus állandó, amelyet különböző anyagokra mérésrel határozott meg a szerző (pl.: búza esetén  $k = 1,4$ ).

Az Oldal-féle kifolyási modell [2012]:

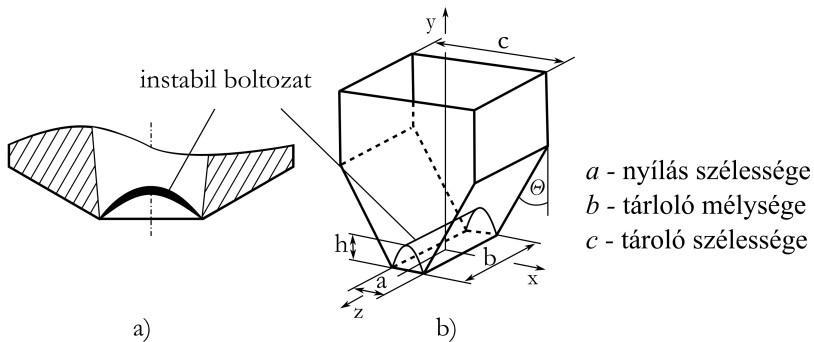
$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{6}\sqrt{\delta\rho}\sqrt{(d-d_p)^5}, \quad (7)$$

ahol  $\delta$  a kiömlés során kialakuló instabil boltozat szélességének és magasságának aránya, amely anyagjellemző paraméter (búza esetén  $\delta_b = 0,4$ , kukorica esetén  $\delta_k = 0,3$ ).

### 3.2. Az Oldal-féle kifolyási modell kiterjesztése

Amennyiben Oldal hipotézise [2012] helyes, annak általános érvényűnek kell lennie, azaz nemcsak kör keresztmetszetű, hanem szögletes silókra is igaz. A feltevés bizonyítása érdekében megvizsgáltuk, hogyan alkalmazható az elmélet szögletes garatokra.

A hengeres és a szögletes silókból történő tölcéses kifolyás közti legnagyobb különbség az instabil boltozat alakja. Kúpos garat esetén ez egy forgási paraboloid, míg szögletes garat esetén egy parabola alapú hasáb. E hasáb és a szögletes siló jellemző méretei a 19. ábrán láthatóak. A kifolyó szemcsék áramlási sebességét



19. ábra: A szögletes garat és az abban kialakuló instabil boltozat jellemző méretei

ettől a felülettől induló, zérus kezdősebességű szabadesésként értelmezzük. A parabola alapú hasáb matematikai definíciója a 19. ábrán látható derékszögű vonatkoztatási rendszerben:

$$f(x, z) = h \left[ 1 - \left( \frac{2x}{a} \right)^2 \right], \quad x \in \left[ -\frac{a}{2}; \frac{a}{2} \right], \quad z \in \left[ -\frac{b}{2}; \frac{b}{2} \right]. \quad (8)$$

A sebességeloszlás, felhasználva azt a peremfeltételt, hogy tölcseres áramlás esetén a kifolyónyílás kerületén a szemcsék állnak és a boltozat felületén a kezdősebességük nulla:

$$v(x, z) = \sqrt{2gf(x, z)} = \sqrt{2gh \left[ 1 - \left( \frac{2x}{a} \right)^2 \right]}. \quad (9)$$

Felhasználva a boltozat alaktényezőjét ( $\delta = h/a$  a szögletes siló esetén):

$$v(x, z) = \sqrt{2g\delta a} \sqrt{1 - \left( \frac{2x}{a} \right)^2}. \quad (10)$$

A kifolyási térfogatáramból kiindulva a kiáramlás átlagos sebessége:

$$v_{avg} = \frac{Q}{A} = \frac{\int_A v(x, z) dA}{A} = \frac{\pi}{4} \sqrt{2g\delta a}. \quad (11)$$

Figyelembe véve a kihulló szemcsék kifolyónyílás-csökkentő hatását:

$$Q = \frac{\pi\sqrt{2g}}{4} \sqrt{\delta b} \sqrt{(a - d_p)^3}. \quad (12)$$

Végül a halmazsűrűséget felhasználva a kifolyási tömegáram:

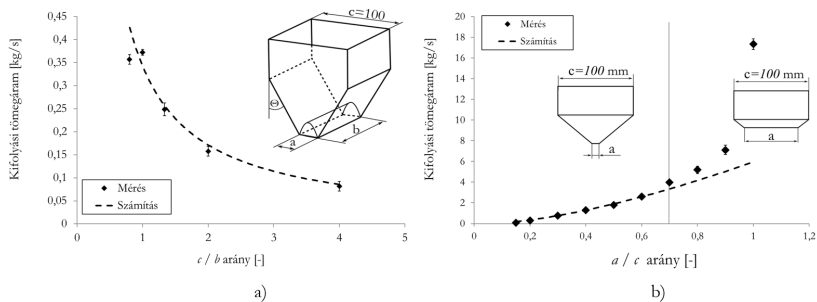
$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{4} \sqrt{\delta \rho b} \sqrt{(a - d_p)^3} \quad (13)$$

### 3.3. A kiterjesztett modell ellenőrzése és érvényességi határai

A (13) összefüggés hitelesítéséhez és érvényességi határainak kijelöléséhez laboratóriumi kifolyásvizsgálatokat végeztünk a 9/b ábrán látható elrendezésű modellsilóval. A berendezés univerzális kialakítása lehetővé tette, hogy 100x100 mm silótest keresztmetszet és 20x100 mm kifolyónyílás méret mellett változtathassuk a garat kúpszögét  $\theta = 10^\circ$ -tól  $\theta = 70^\circ$ -ig, illetve  $\theta = 60^\circ$ -os garatszög és  $c = 100$  mm-es silószélesség mellett változtathassuk a silótest mélységét 25 és 125 mm között. A kifolyónyílás szélességének hatását is vizsgáltuk 15 és 100 mm között, míg a garatszög  $\theta = 60^\circ$ , a silótest keresztmetszete pedig 100x100 mm volt. A mérések során a kifolyt tömeg- $t$  függvényt vettük fel, majd meghatároztuk a kifolyási tömegáramot.

A kísérletek során  $12 \pm 1\%$  relatív nedvességtartalmú búzát használtunk, amely mechanikai tulajdonságait Oldal és szerzőtársai 2012-es munkája alapján vettük fel a számítások során (halmazsűrűség:  $\rho_b = 800$  kg/m<sup>3</sup>, boltozati alaktényező:  $\delta_b = 0,4$ ).

A 20/a ábrán látható, hogy a kiterjesztett modell jó egyezést mutat a kísérletekkel, amennyiben a silótest egyenlő oldalú vagy szélessége nagyobb mint mélysége. Olyan esetekben viszont, amikor a tároló mélysége nagyobb annak szélességénél, a közelítés hibája



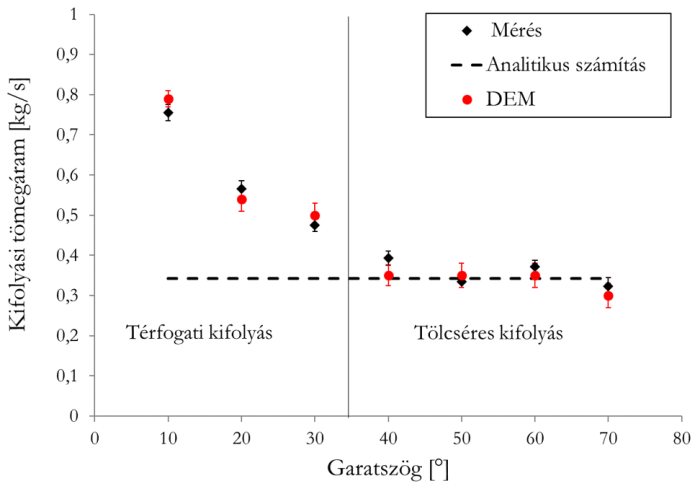
20. ábra: a) A silótest mélységének és b) a kifolyónyílás szélességének hatása a kifolyási tömegáramra



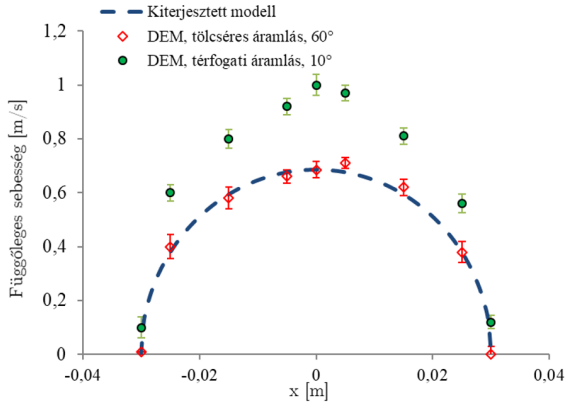
túlságosan nagy, mivel a síkbeli feltételezés, amellyel az instabil boltozat alakjának leírásakor éltünk, nagy valószínűséggel már nem helytálló.

A kifolyónyílás szélesség-változásának hatását a 20/b ábra szemlélteti. E szerint a silószélesség–kifolyónyílás szélesség arány 0,7-es értékéig helytálló az instabil boltozatok felépülésének és összeomlásának elmélete. E felett a garatfal olyan rövid, hogy gyakorlatilag függőlegesnek tekinthető, ami a térfogati áramláshoz hasonlósá teszi a szemcsemozgás-viszonyokat, ilyen esetben pedig már nem igaz az a peremfeltétel miszerint a kifolyónyílás kerületén zérus a szemcsék sebessége.

A harmadik vizsgálatsorozatban a garatszög változtatásának hatását elemeztük. Ez esetben egy korábbi munkánkban (*Oldal és Safranyik, 2015*) ismertetett diszkrét elemes modell eredményeit is bevontuk a vizsgálatba. A 21. ábrán egyértelműen látható, hogy tölcséres áramlás esetén megfelelő közelítés a kiterjesztett modell, viszont várakozásainknak megfelelően térfogati áramlás-



21. ábra: A garatszög hatása a kifolyási tömegáramra



22. ábra: Analitikusan és numerikusan számított sebességeloszlás a kifolyónyílás felett

kor, amikor a teljes halmaz mozgásban van és nem állnak a szemcsék a kifolyónyílás peremén, nem követi a valóságos folyamat jellegét. A diszkrét elemes modell viszont ilyen esetekben is, azaz meredek garatok esetén is jó közelítés.

Kihasználva a numerikus modell előnyeit, lehetőségünk nyílt az analitikus sebességeloszlás hitelesítésére is. A 22. ábra mutatja, hogy a hitelesített, diszkrét modellel kiszámított függőleges sebességek jó egyezést mutatnak az Oldal-féle hipotézisből levezetett analitikus összefüggéssel, tölcséres áramlású garat esetén. Az is megfigyelhető, hogy térfogati áramlás esetén valóban nem zérus a kifolyónyílás peremén lévő szemcsék sebessége, ami szintén alátámasztja, hogy a tölcséres kifolyás valójában instabil boltozatok folytonos felépülése és összeomlása.

## 3.4. Tézisek

6. *A tölcéséres áramlású, hengeres silók kifolyásának fizikai hátterét magyarázó és a tömegáramot elfogadható pontossággal közelítő Oldal-féle modellet terjesztettük ki szögletes keresztmetszetű silókra. Az új összefüggéssel tölcéséres áramlású, szögletes garatok kifolyási tömegárama számítható [5]:*

$$W = \frac{\pi\sqrt{2g}}{4} \sqrt{\delta} \rho b \sqrt{(a - d_p)^3},$$

ahol

- $W$ , a kifolyási tömegáram,
  - $g$ , a gravitációs gyorsulás,
  - $\delta$ , a boltozati alaktényező,
  - $\rho$ , a halmazsűrűség,
  - $b$ , a silótest mélysége,
  - $a$ , a siló kifolyónyílásának szélessége,
  - $d_p$ , a szemcsék jellemző mérete.
7. *A kiterjesztett modell érvényességi határai, amennyiben "c" a silótest szélessége [5]:*

$$1 \leq \frac{c}{b} \leq 4$$

és

$$0,15 \leq \frac{a}{c} \leq 0,7.$$

### III. A KUTATÁS ÉS A BEMUTATOTT EREDMÉNYEK HATÁSA, VISSZHANGJA

A lengőrosták működési hatékonysági kérdéseivel foglalkozó publikációkra eddig 19 független, nemzetközi hivatkozás érkezett. Egy lengyel és három kínai kutatócsoport mutatott ezidáig legnagyobb érdeklődést a szemcsék interakcióját is figyelembe vevő modellünk kapcsán. A lengyel Wroclaw Egyetemen dolgozó csoport különböző típusú lengőrosták üzemeltetésével, felügyeletével és karbantartásával foglalkozik. Működési hatékonysággal kapcsolatos eredményeinket főként diagnosztikai modelleikhez használták fel. Kínai kutatók a Taiyuan és a Jiangsu egyetemekről közeték és mezőgazdasági szemcsés anyagokat manipuláló numerikus modelljeikhez merítettek ötletet munkákból. Egy harmadik, szintén kínai, a Southwest Petroleum Egyetemen dolgozó kutatókból álló csoport dupla excenterhajtású lengőrosták stabilitási és szinkronizálási vizsgálatai során vette figyelembe cikkünket.

A hóvihar ülepítéssel eljárással kapcsolatos eredményeinkre eddig 3 független, nemzetközi hivatkozás érkezett. Kazahsztáni kutatók hengeres és egyéb nem gömb alakú szemcsékből álló halmazok ülepítésének optimalizálását és halmazsűrűségük javítását célzó kutatásaikhoz vették alapul munkánkat. Egy kínai kutatócsoport pedig kőgátak építésével és azok megfelelő tömörítésével kapcsolatos vizsgálataikhoz tekintették át eredményeinket.

A szögletes silók kifolyási tömegáramának meghatározására kidolgozott kutatási tervvel 2020-ban sikerült elnyernem az Eötvös Loránd Tudományegyetem Informatikai Karán az Új Nemzeti Kiválóság Program „Tudománnyal Fel!” Felsőoktatási Doktorvárományosi és Posztdoktori Kutatói Ösztöndíjat. E mellett a kifejlesztett modellünket a kínai Nanjing Egyetem kutatói felhasználták innovatív silógeometriák fejlesztése során.

A fentebb említett hivatkozások részletesen megtalálhatóak a publikációs lista 3., 4. és 5. oldalán ([dokumentum megnyitása](#)).

#### IV. IRODALMI HIVATKOZÁSOK

1. A. Cundall and O. D. L. Strack (1979), *A discrete numerical model for granular assemblies*, *Geotechnique*, 29 (1) pp. 47-65.
2. B. Csizmadia, A. Hegedűs and I. Keppler (2011), *Optimization of a vibrating screen's mechanical parameters*, in G. Stépán, L. L. Kovács and A. Tóth (eds), *IUTAM Symposium on Dynamics Modeling and Interaction Control in Virtual and Real Environments*, IUTAM Bookseries, Springer, Dordrecht, 30, pp. 145-152.
3. V. Grozubinsky, E. Sultanovitch and I. J. Lin (1998), *Efficiency of solid particle screening as a function of screen slot size, particle size, and duration of screening: The theoretical approach*, *International Journal of Mineral Processing*, 52 (4) 261-272.
4. Y. Chen and X. Tong (2010), *Modeling screening efficiency with vibrational parameters based on DEM 3D simulation*, *Mining Science and Technology*, 20 (4) pp. 0615-0620.
5. J. Li, C. Webb, S. S. Pandiella and G. M. Campbell (2003), *Discrete particle motion on sieves - A numerical study using the DEM simulation*, *Powder Technology*, 133 (1-3) pp. 190-202.
6. A. Raihane, O. Bonnefoy, J.M. Chaix, J.L. Gelet, G. Thomas, *Analysis of the densification of a vibrated sand packing*, *Powder Technology*, 208 (2011), pp. 289–295.
7. B.K. James, G.F. Christopher, N.L. Chun, M.J. Heinrich, R.N. Sidney, *Density relaxation in a vibrated granular material*, *Phys. Rev. E* 51 (1995) 3957.
8. E. Harris, *Improvement in or relating to the filling of granular materials into container*, patent number GB606867A, United Kingdom, 1946-01-21.

9. C. Gonzalez-Montanello, A. Ramírez, E. Gallego, F. Ayuga, *Validation and experimental calibration of 3D discrete element models for the simulation of the discharge flow in silos*, Chem. Eng. Sci. 66 (21), 2011, pp. 5116–5126.
10. T.J. Goda, F. Ebert, *Three-dimensional discrete element simulations in hoppers and silos*, Powder Technology 158 (1-3), 2005, pp. 58-68.
11. I. Oldal and F. Safranyik, *Extension of silo discharge model based on discrete element method*, Journal of Mechanical Science and Technology, 29 (9), 2015, pp. 3789-3796.
12. C.R.A. Abreu, F.M. Tavares, M. Castier, *Influence of particle shape on the packing and on the segregation of sphero cylinders via Monte Carlo simulations*, Powder Technology 134 (1), 2003, pp. 167–180.
13. R.P. Zou, A.B. Yu, *Evaluation of the packing characteristics of mono-sized nonspherical particles*, Powder Technology 88 (1), 1996, pp. 71–79.
14. K.J. Dong, R.Y. Yang, R.P. Zou, A.B. Yu, *Settling of particles in liquids: Effects of material properties*, AIChE J. 58 (5), 2012, pp. 1409–1421.
15. A.W. Jenike, *A theory of flow of particulate solids in converging and diverging channels based on a conical yield function*, Powder Technology 50(3), 1987, pp. 229-236.
16. J.U. Böhrnsen, H. Antes, M. Ostendorf and J. Schwedes, *Silo discharge measurement and simulation of dynamic behavior in bulk solids*, Chemical Engineering & Technology 27(1), 2004, pp. 71-76.
17. A.W. Jenike, J.R. Johansson and J.W. Carson, *Bin loads – part 2: Concepts*, ASME, Journal of Engineering for Industry 95(1), 1973, pp. 1-5.

18. R. Beverloo, *The flow of granular solids through orifices*, Chemical Engineering Science 15(262), 1961, pp. 260-269.
19. I. Oldal, I. Keppler, B. Csizmadia and L. Fenyvesi, Outflow properties of silos: the effect of arching, Advanced Powder Technology 23(3), 2012, pp. 290-297.

## V. A TÉZISPONTOKHOZ KAPCSOLÓDÓ TUDOMÁNYOS KÖZLEMÉNYEK

1. F. Safranyik, B.M. Csizmadia, A. Hegedus, I. Keppler, *Optimal oscillation parameters of vibrating screens*, Journal of Mechanical Science and Technology 33(5), 2019, pp. 2011-2017.
2. F. Safranyik, A. Varga, I. Oldal, I. Keppler, *Optimal and effective technique for particle packing*, Advanced Powder Technology 31(8), 2020, pp. 3222-3235.
3. A. Varga, F. Safranyik, *New filling technique for air dryer units*, In: NAFEMS Eastern European 2020 Engineering Simulation Virtual Conference, 2020.
4. F. Safranyik, A. Varga, *Numerical investigation of snowstorm filling*, EPJ WEB OF CONFERENCES 249, 2021 pp. 1-4. Paper: 03005
5. F. Safranyik, I. Oldal, *Analytical approach of funnel flow discharge*, Journal of Mechanical Science and Technology 35(2), 2021, pp. 635-640.