

Nemlineáris anyagviselkedés peridynamikus modellezése

Ladányi Gábor, PhD hallgató

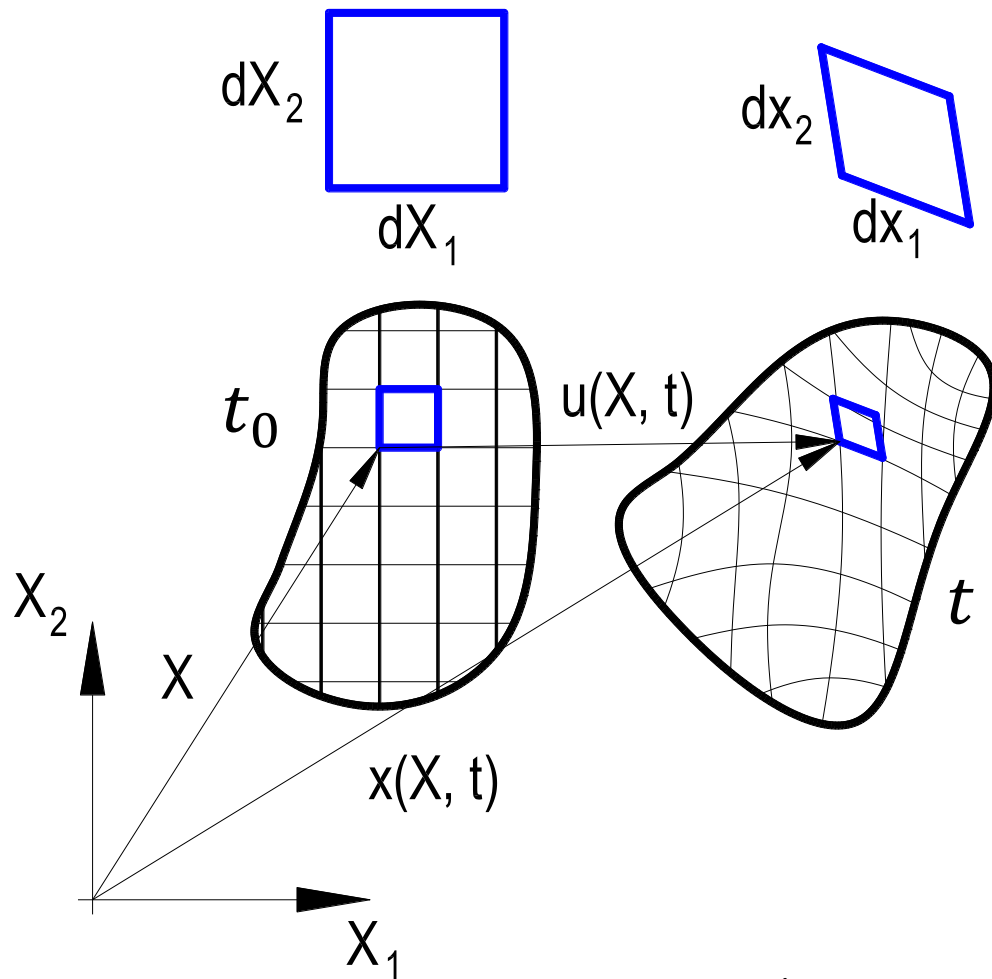
ladanyi@uniduna.hu

Tartalom

- Bevezetés
 - Motiváció
 - A peridinamikus anyagmodell
 - Irodalmi áttekintés
- Korábbi kutatási eredmények összefoglalása
- Célkitűzések
 - Nagy alakváltozások peridinamikus leírása
 - A peridinamikus megoldás „megbízhatóságának” javítása
- Eredmények és további tervek
 - Az eddigi eredmények publikálása
 - Nagy rugalmas, képlékeny modell kidolgozása
 - Az intenzív képlékeny alakítás peridinamikus modellezése



Az alakváltozási állapot



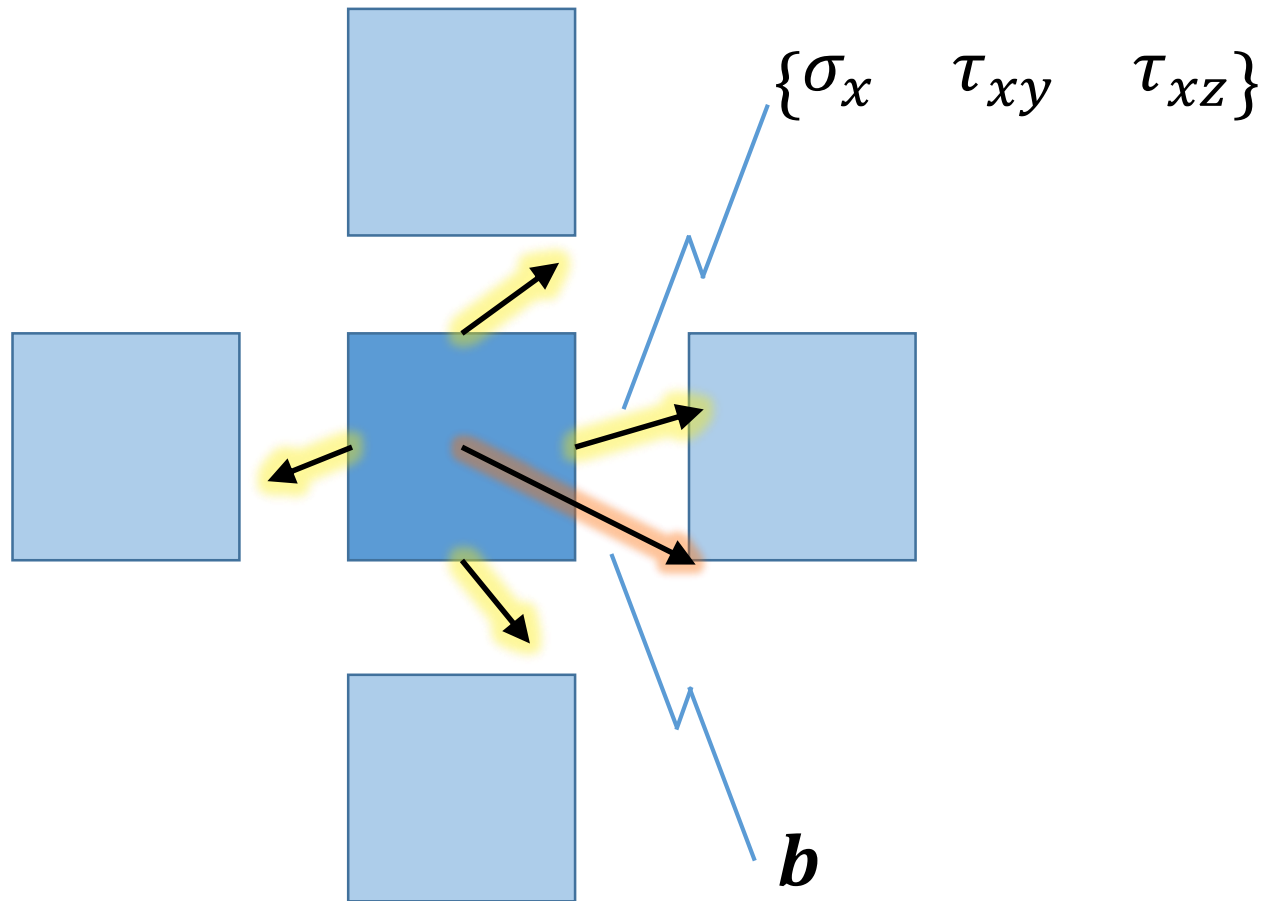
- Az $X \in V_0$ pont környezetének alakváltozását az F alakváltozási gradiens reprezentálja:

$$F = \frac{\partial x}{\partial X} = I + \frac{\partial u}{\partial X}$$

- A merevtest szerű elmozdulás nem okozhat belső erőt, feszültséget!



A (klasszikus) lokális anyagmodell

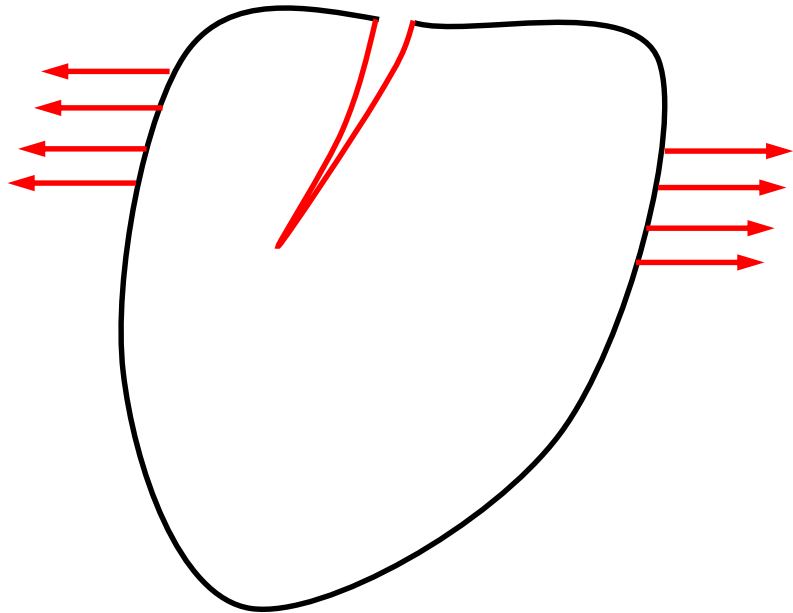


$$\rho \cdot \mathbf{a} = \text{Div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{b}$$

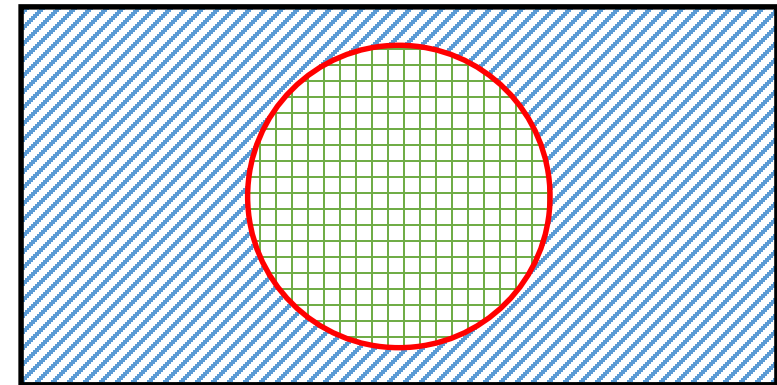
ρ : tömegűrűség,
 \mathbf{a} : gyorsulás,
 $\boldsymbol{\sigma}$: Cauchy-féle feszültségi tenzor,
 $= \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{F}, \dots)$
 \mathbf{b} : térfogati terhelés.



A klasszikus modell hiányosságai



Repedés: $[[\mathbf{u}]] \neq \mathbf{0}$



Érintkezési felület: $[[\mathit{Grad} \mathbf{u}]] \neq \mathbf{0}$

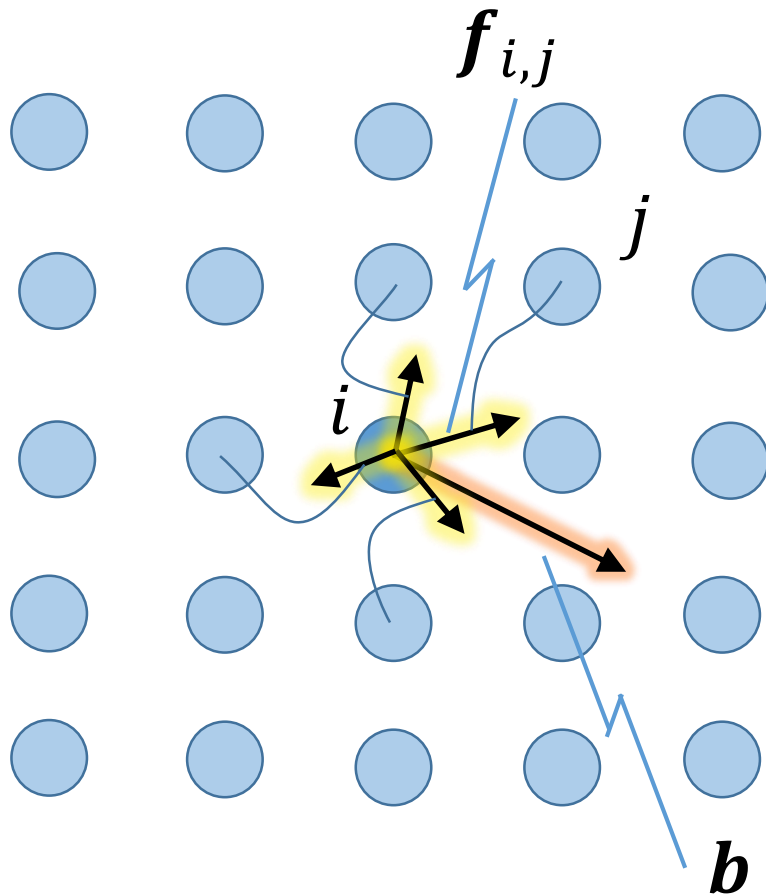
A repedéskeletkezés, terjedés és elágazás leírása további kinetikai vagy energetikai feltételt igényel.

Óbudai Egyetem

Anyagtudományi és Technológiai Doktori Iskola



A peridinamikus mozgásegyenlet^[1]



$$\rho \cdot \mathbf{a} = \sum_{i=1}^{NF} \mathbf{f}_{i,j} + \mathbf{b}$$

ρ : tömegűrűség,

\mathbf{a} : gyorsulás,

$\mathbf{f}_{i,j}$: peridinamikus belső erő,

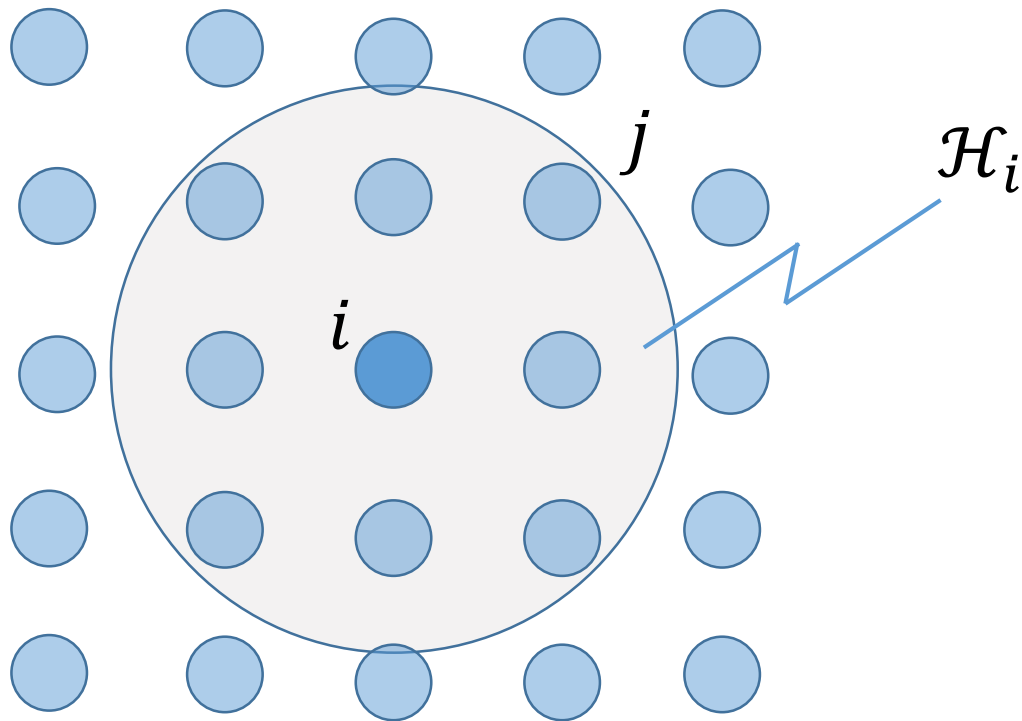
$$= \mathbf{f}[\mathbf{X}_i] \langle \mathbf{x}_{ij} \rangle$$

$$= \mathbf{f}(\mathbf{F}(\mathbf{X}_i), \dots)$$

\mathbf{b} : térfogati terhelés.



A peridinamikus mozgásegyenlet^[1]



$$\rho \cdot \mathbf{a} = \sum_{i=1}^{NF} \mathbf{f}_{i,j} + \mathbf{b}$$

ρ : tömegűrűség,

\mathbf{a} : gyorsulás,

$\mathbf{f}_{i,j}$: peridinamikus belső erő,

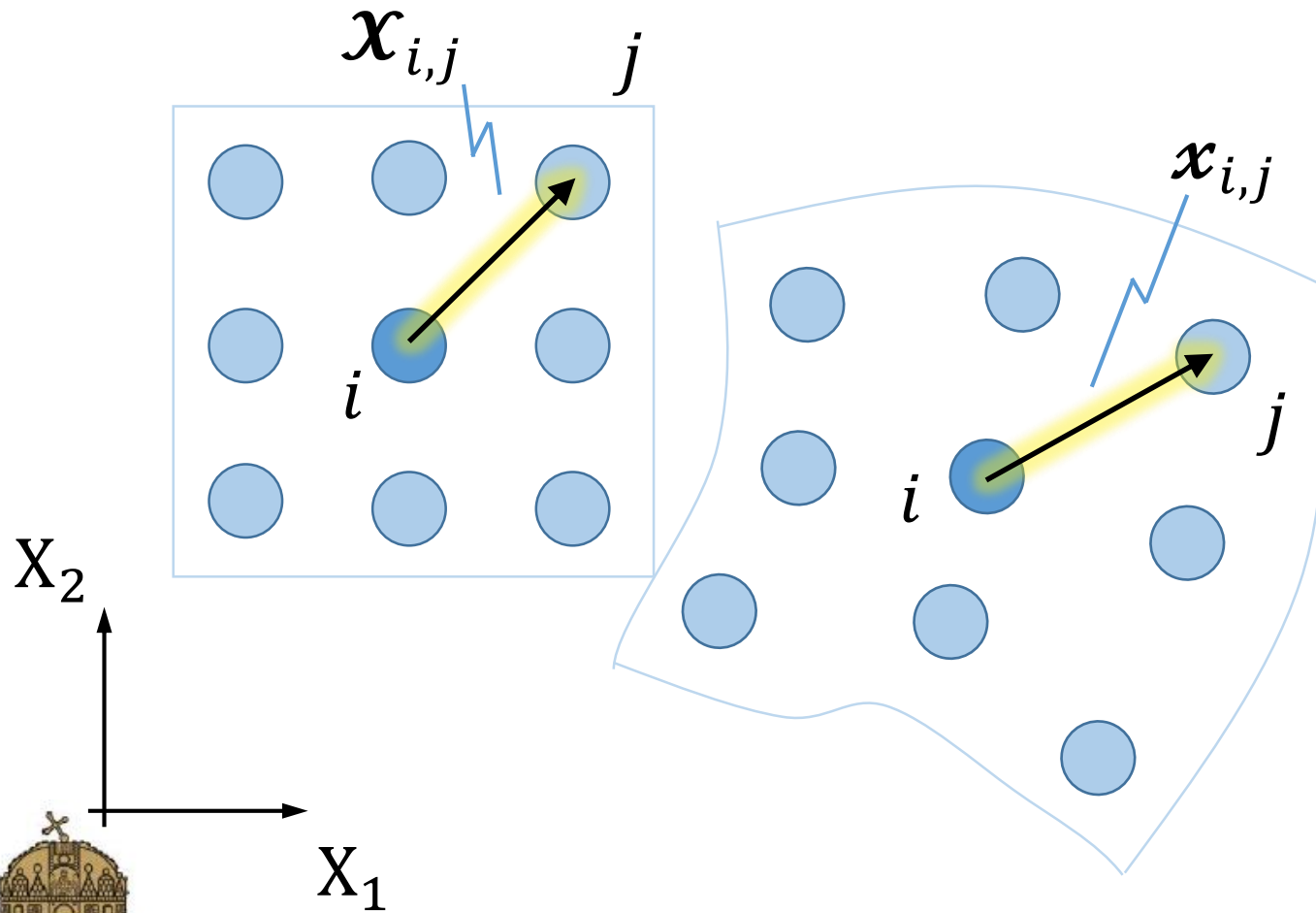
$$= \mathbf{f}[\mathbf{X}_i] \langle \mathbf{x}_{ij} \rangle$$

$$= \mathbf{f}(\mathbf{F}(\mathbf{X}_i), \dots)$$

\mathbf{b} : térfogati terhelés.



A peridinamikus alakváltozási gradiens^[1]



- Az F alakváltozási gradiens:

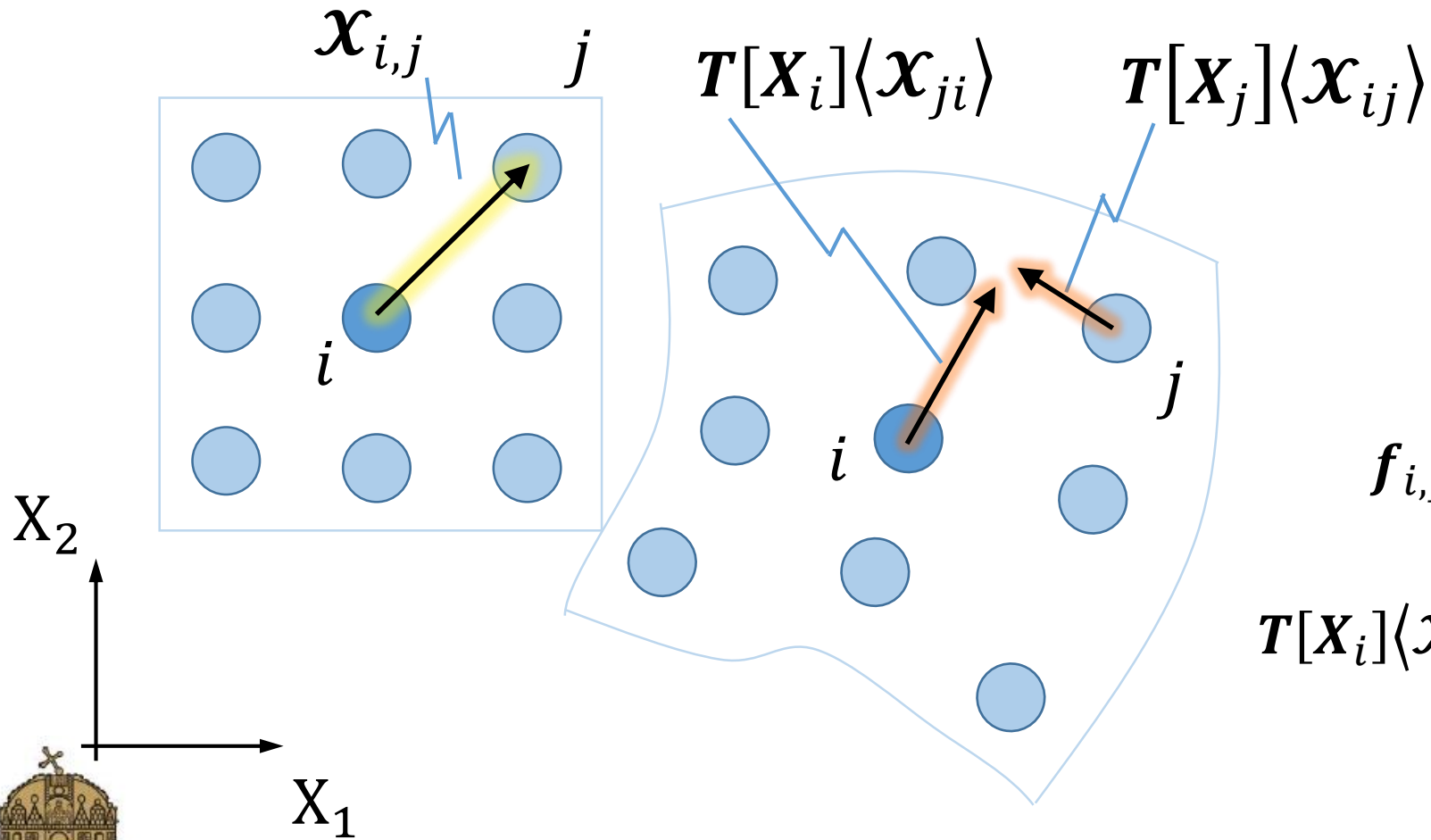
$$F(\mathbf{X}_i) \cong \mathbf{K}^{-1} \cdot \sum_{j=1}^{NF} \omega_{i,j} \cdot \mathbf{x}_{i,j} \otimes \mathbf{x}_{i,j}$$

ahol \mathbf{K} az alaktenzor:

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^{NF} \omega_{i,j} \cdot \mathbf{x}_{i,j} \otimes \mathbf{x}_{i,j}$$



A peridinamikus erő-állapot^[6]



$$\rho \cdot \mathbf{a} = \sum_{i=1}^{NF} \mathbf{f}_{i,j} + \mathbf{b}$$

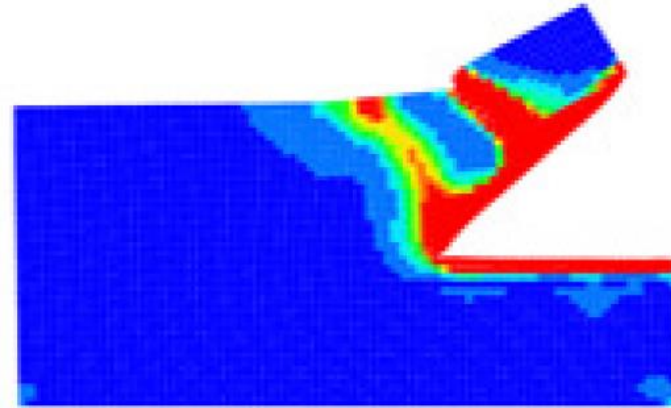
$$\mathbf{f}_{i,j} = T[X_j] \langle \mathbf{x}_{ij} \rangle - T[X_i] \langle \mathbf{x}_{ji} \rangle$$

$$T[X_i] \langle \mathbf{x}_{ij} \rangle = \omega_{i,j} \cdot \boldsymbol{\sigma}(F(X_i)) \cdot \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{x}_{ij}$$

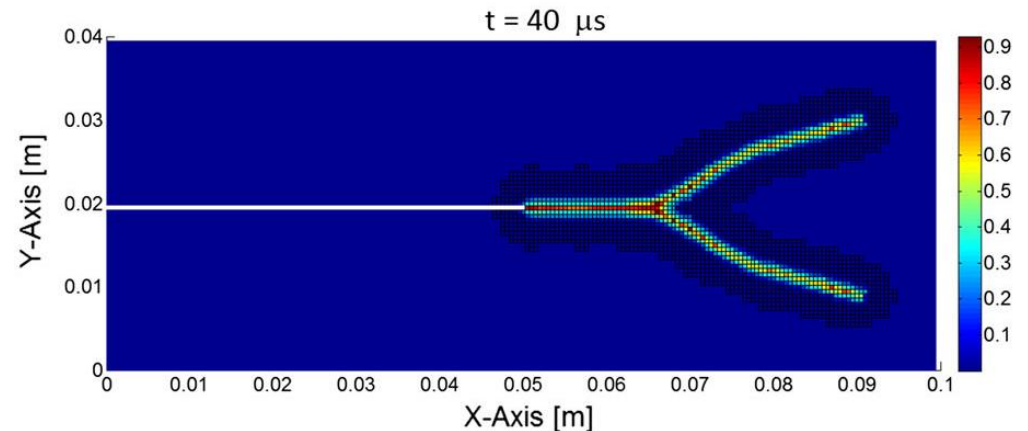


A peridynamikus modell alkalmazásai^[2, 3]

- *Rugalmas alakváltozás,*
- *Képlékeny alakváltozás,*
- *Viszkózus alakváltozás,*
- *Nanohálózat,*
- *Rideg törés,*
- *Termomechanika,*
- *Stb.*

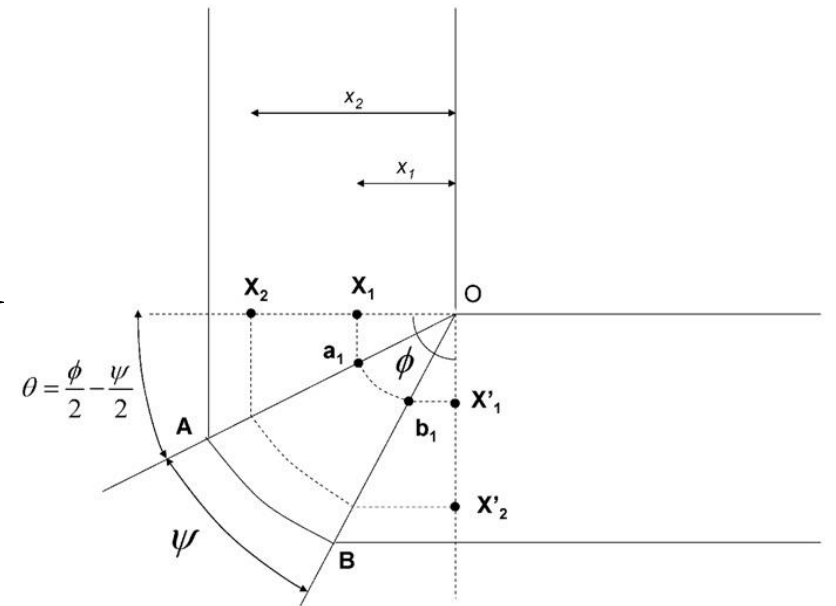
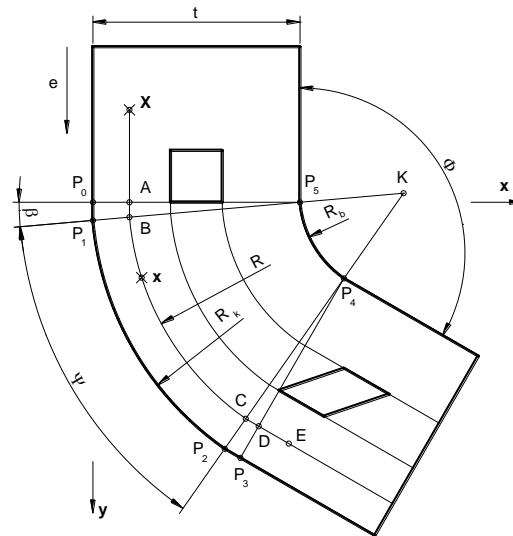


C.T. Wu, B. Ren, A stabilized non-ordinary state-based peridynamics for the nonlocal ductile material failure analysis in metal machining process, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* (2015),

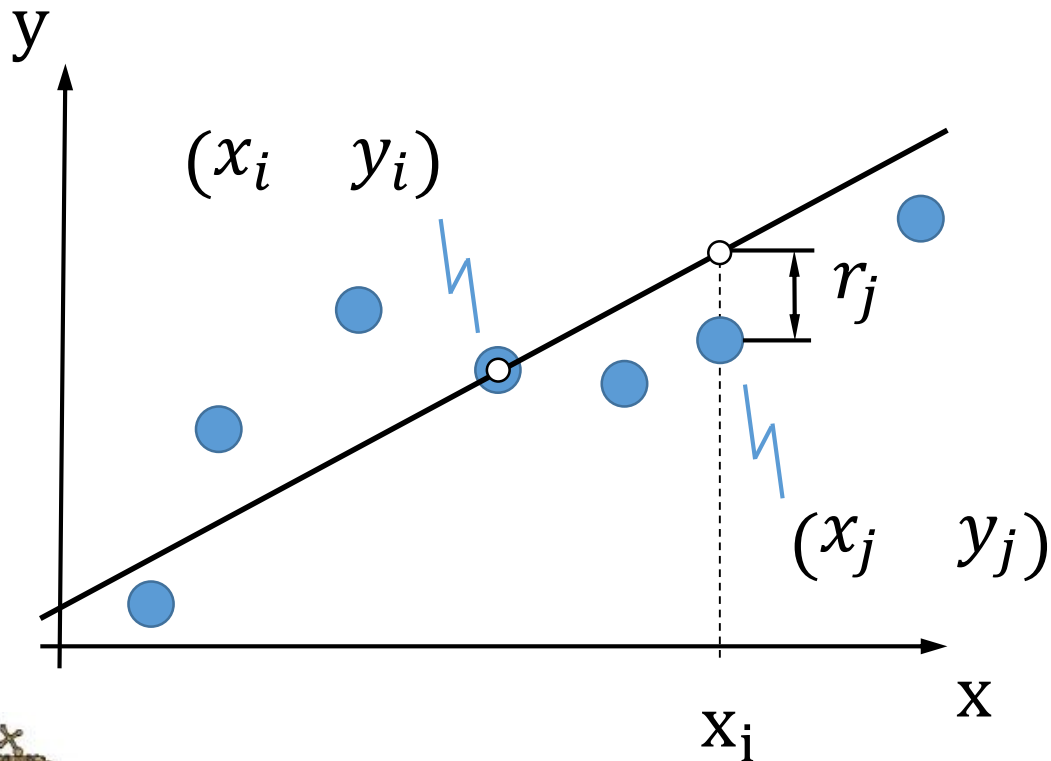


Célkitűzések

- Nemlineáris mechanika feladatok peridinamikus megfogalmazása
- Diszkretizált egyenletek megfogalmazása
- Hatékony megoldási módszer kidolgozása
- Esettanulmányok vizsgálata
 - Tiszta húzás,
 - Hárompontos hajlítás,
 - ..
 - Intenzív képlékenyalakítási problémák



A peridinamikus modell és a legkisebb hibanégyzet közelítés kapcsolata^[4, 5]



- Az egyenes egyenlete:

$$\tilde{y}_i(x) = y_i + a_1 \cdot \Delta x_{i,j}$$

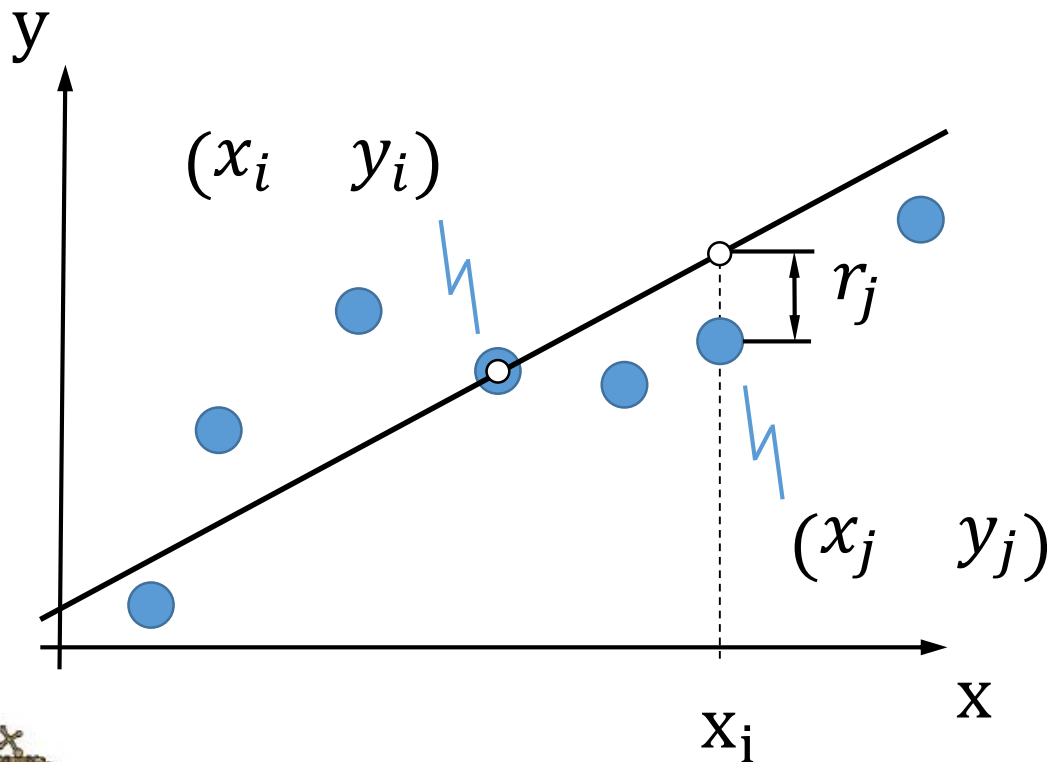
- NP darab pontra felírva:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_{i,1} \\ \Delta x_{i,2} \\ \vdots \\ \Delta x_{i,NP} \end{bmatrix} \cdot \{a_1\} = \begin{Bmatrix} y_1 - y_i \\ y_2 - y_i \\ \vdots \\ y_{NP} - y_i \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{a} = \Delta \mathbf{y}$$



A peridinamikus modell és a legkisebb hibanégyzet közelítés kapcsolata^[4, 5]



- A kapott túlhatározott egyenletrendszer általánosított megoldása:

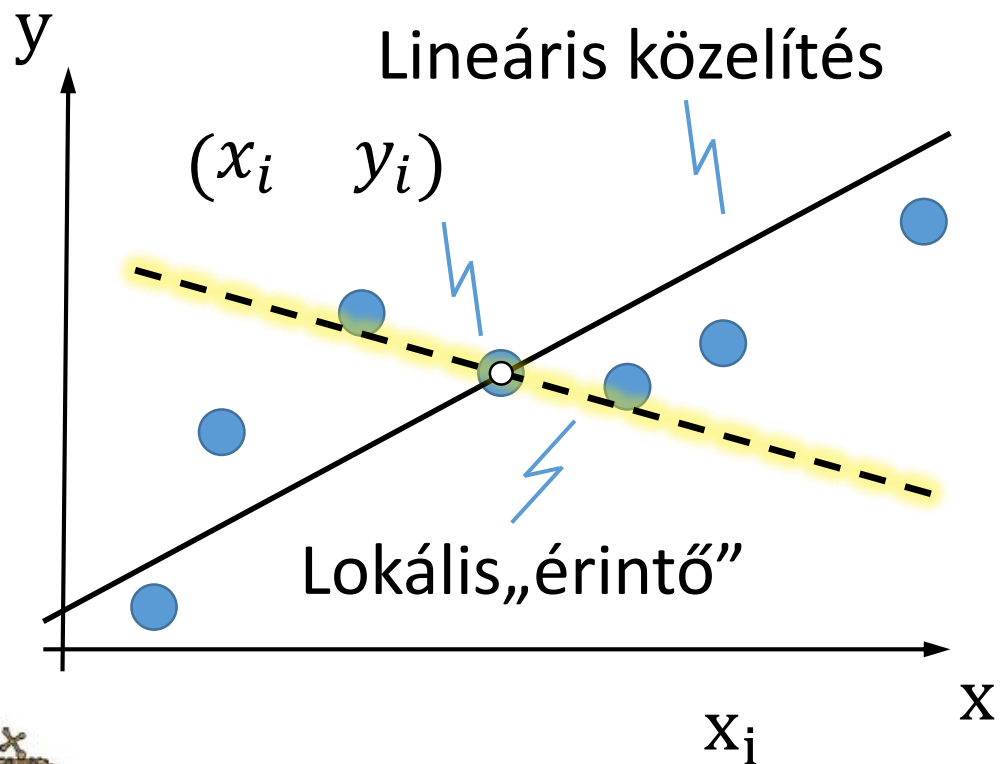
$$\mathbf{a} = (\mathbf{P}^T \cdot \mathbf{P})^{-1} \cdot \mathbf{P}^T \cdot \Delta \mathbf{y}$$

- Emlékeztetőül:

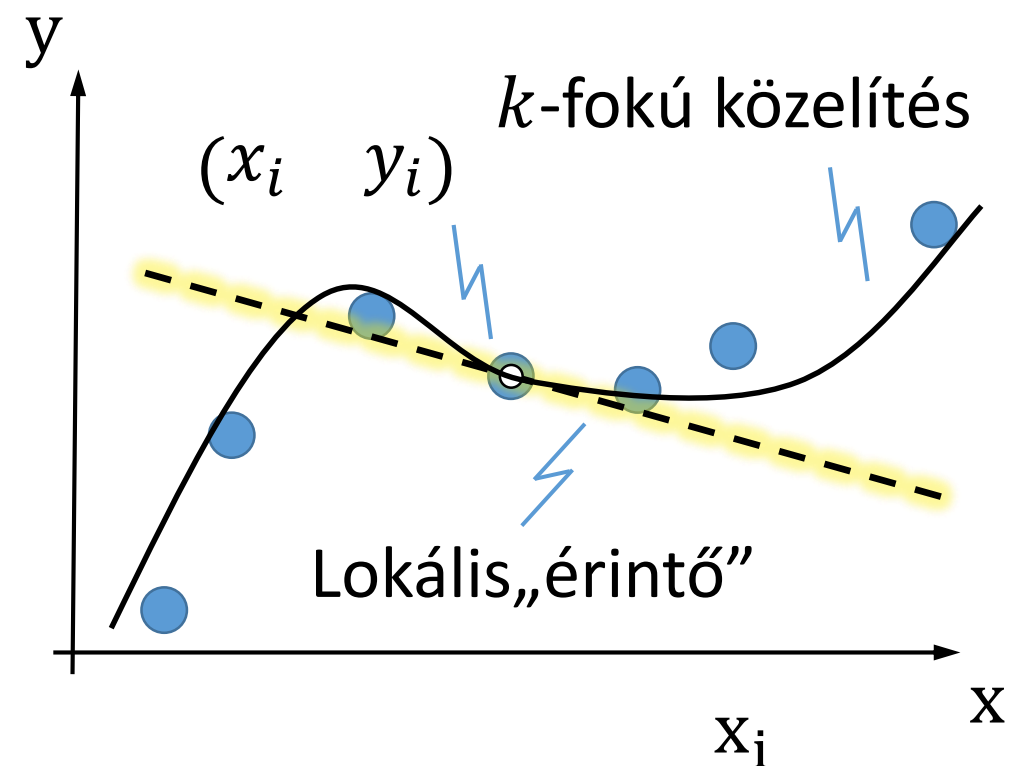
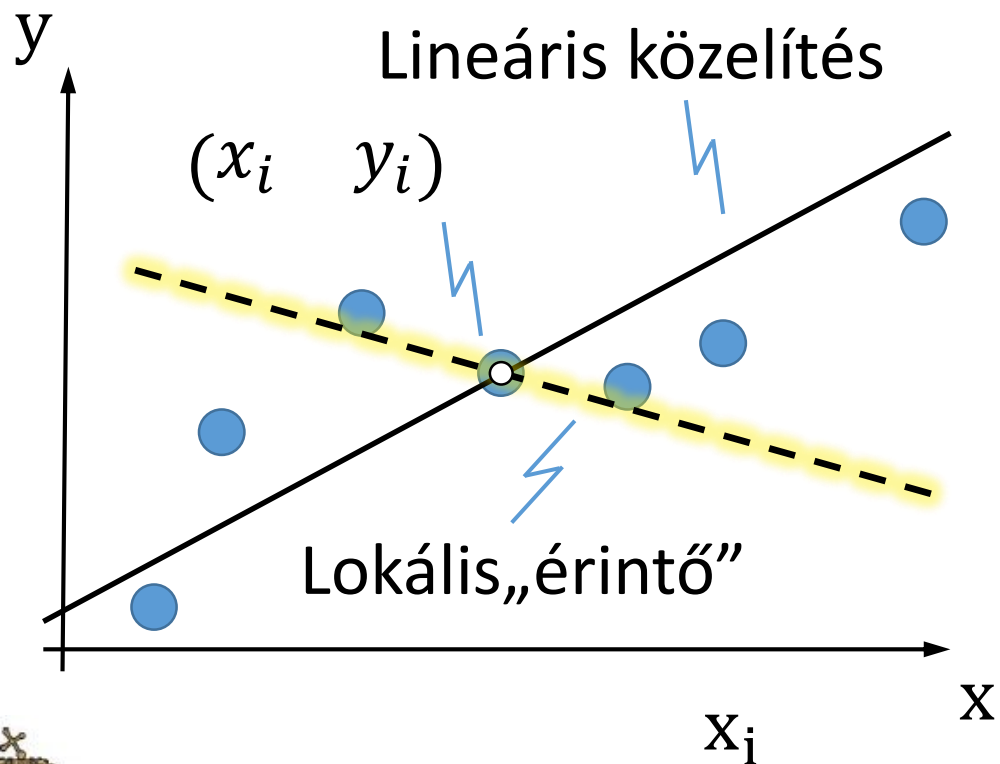
$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_i) = \mathbf{K}^{-1} \cdot \sum_{j=1}^{NF} \omega_{i,j} \cdot \mathbf{x}_{i,j} \otimes \mathbf{x}_{i,j}$$



A lineáris közelítés hiányossága



A lineáris közelítés hiányossága

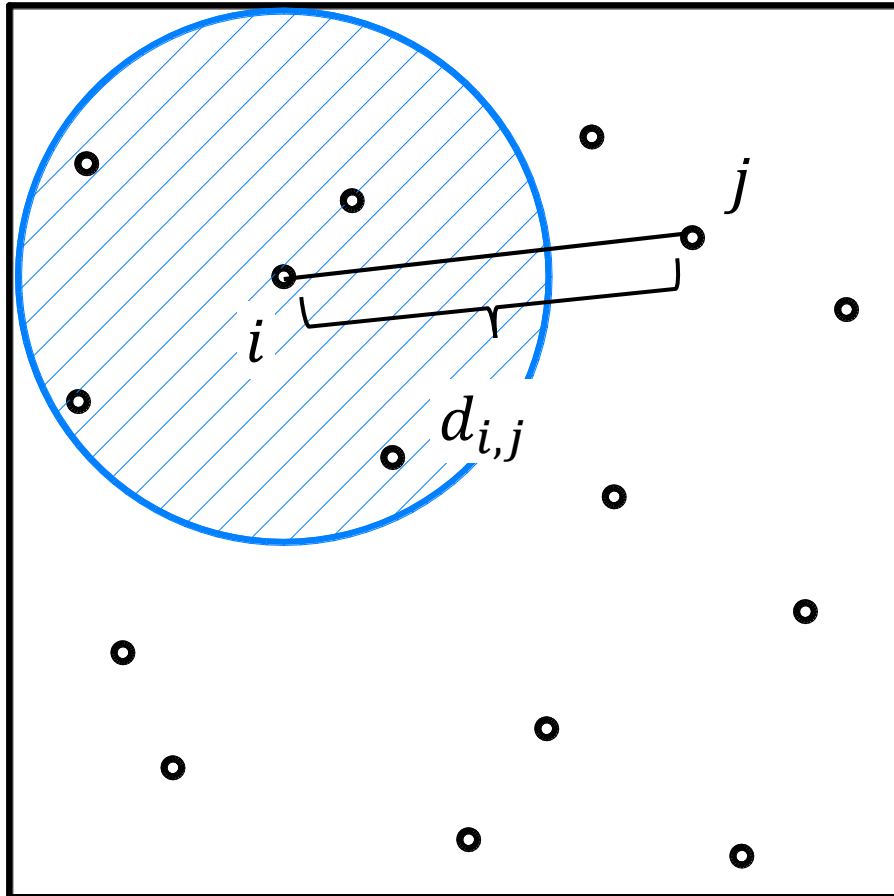


Az eddigi eredmények

- A peridinamikus differenciál operátor általánosítása
- „Klasszikus feladatok” peridinamikus megfogalmazása
 - Hővezetési probléma
 - Alakváltozási probléma
 - Csatolta hőrugalmas probléma
- A diszkretizálás és a megoldás hatékonyságának javítása
 - Szomszédkeresés „naiv” helyett „k-d fa” algoritmussal,
 - Hagyományos helyett ADR és SVD lineáris megoldók alkalmazása.
 - Párhuzamos architektúrára (GPGPU) épülő megoldó fejlesztése.
- Az emelt fokszámú közelítés alkalmazása tesztfeladatokon
 - 1D problémák: állandósult hővezetés, hajlított gerenda, stb.
 - 2D problémák: állandósult hővezetés, síkfeszültségi problémák



Az eddigi eredmények: k-D fa algoritmus



- Cél:
minden pont ρ -sugarú környezetében lévő szomszédjának megkeresése

- Naiv algoritmus:

Pontpár-távolságok kiszámítása és vizsgálata.

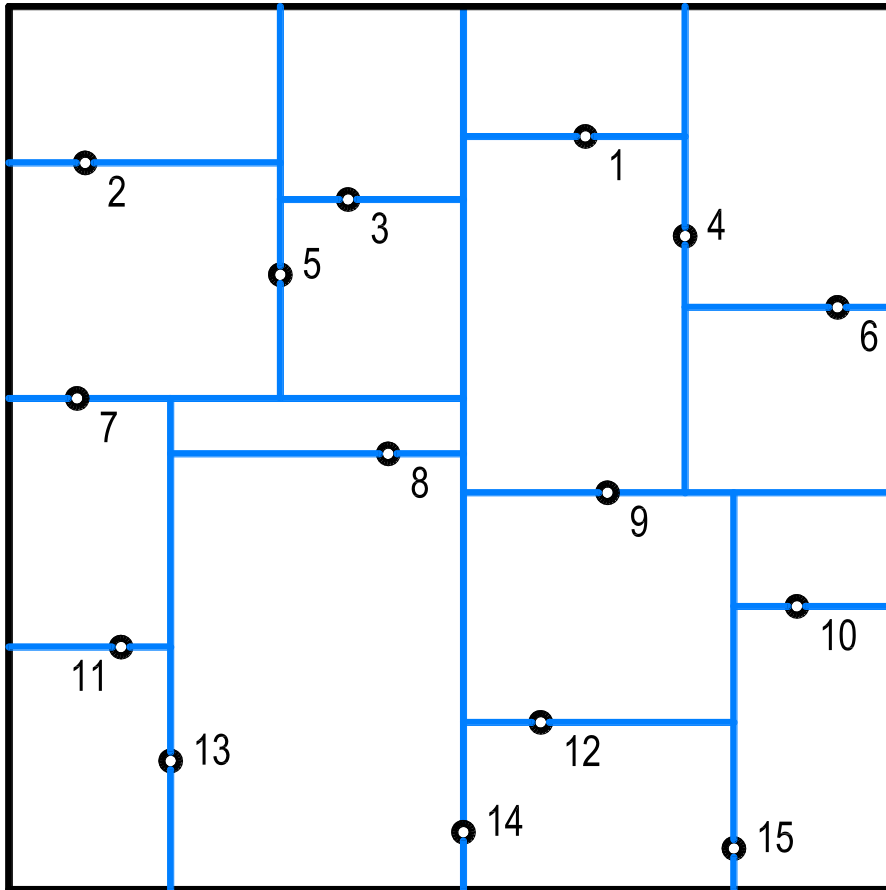
Számítási bonyolultság:

$$O(n^2)$$

Pl.:

$$n = 1000 \rightarrow O(n^2) = 10^6$$

Az eddigi eredmények: k-D fa algoritmus



- Cél:
minden pont ρ -sugarú környezetében lévő szomszédjának megkeresése

- K-D fa algoritmus:

Pontok csoportosítása és fa-adatszerkezet kialakítás.

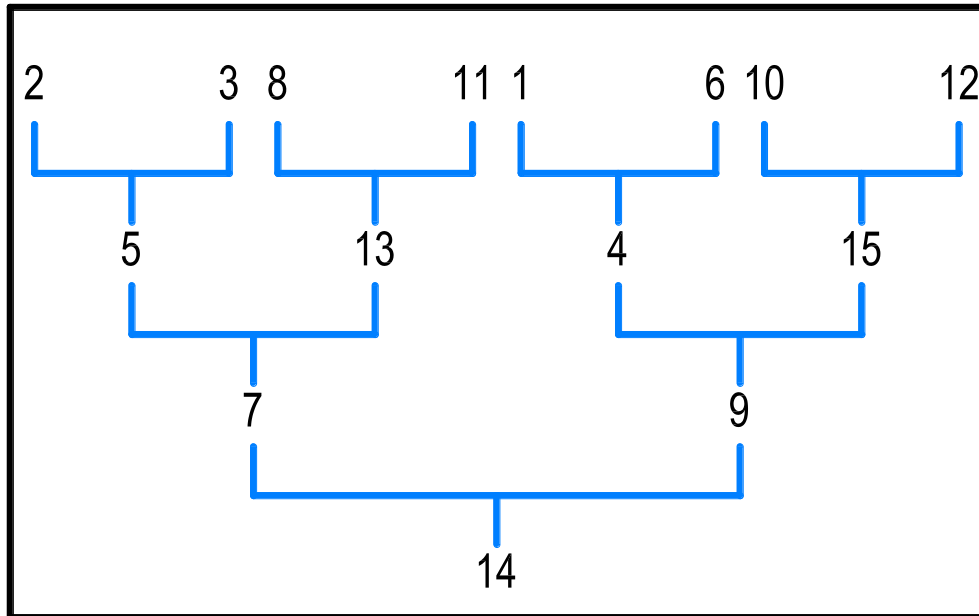
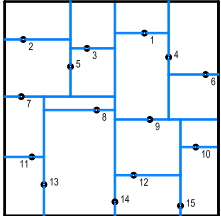
Számítási bonyolultság:

$$O(n \cdot \log(n))$$

Pl.:

$$n = 1000 \rightarrow O(n \cdot \log(n)) = 3000$$

Az eddigi eredmények: k-D fa algoritmus



- Cél:
minden pont ρ -sugarú környezetében lévő szomszédjának megkeresése

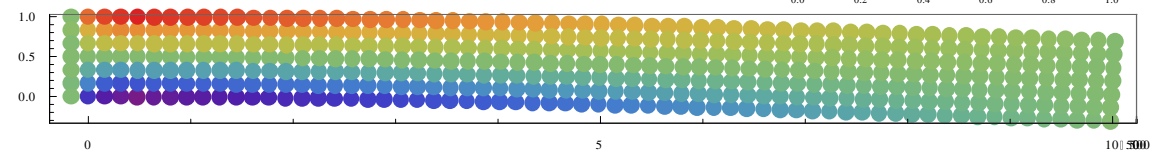
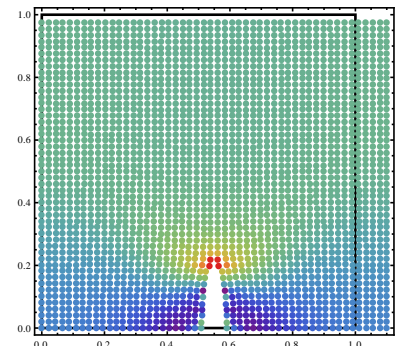
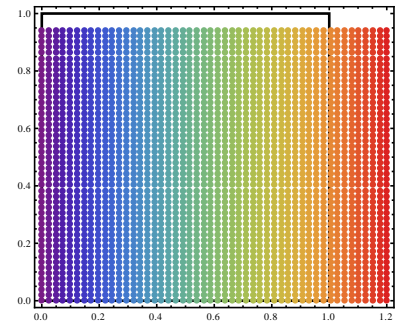
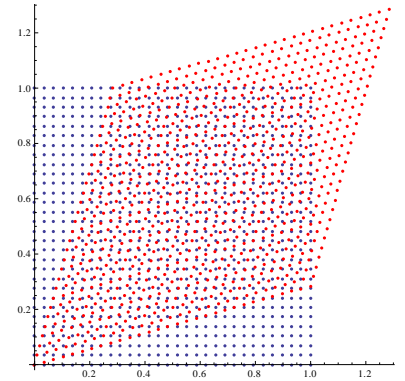
- K-D fa algoritmus:
Pontok csoportosítása és fa-adatszerkezet kialakítás.

Számítási bonyolultság:
 $O(n \cdot \log(n))$

Pl.:
 $n = 1000 \rightarrow O(n \cdot \log(n)) = 3000$

A tervezett tevékenységek

- Publikáció:
 - Csatolt hőrugalmas probléma megoldása:
EuroSimE2018 – Toulouse – 2018.04.
 - Hiperelasztikus probléma megoldása:
ESMC2018 – Barcelona – 2018.07.
- Kutatás:
 - Képlékeny anyagmodellek adaptálása és alkalmazása
- Oktatás:
 - Szilárdságtan,
 - Számítógépes modellezés és szimuláció,
 - Stb.



Köszönöm megtisztelő
figyelmüket!

Ladányi Gábor, PhD hallgató

ladanyi@uniduna.hu

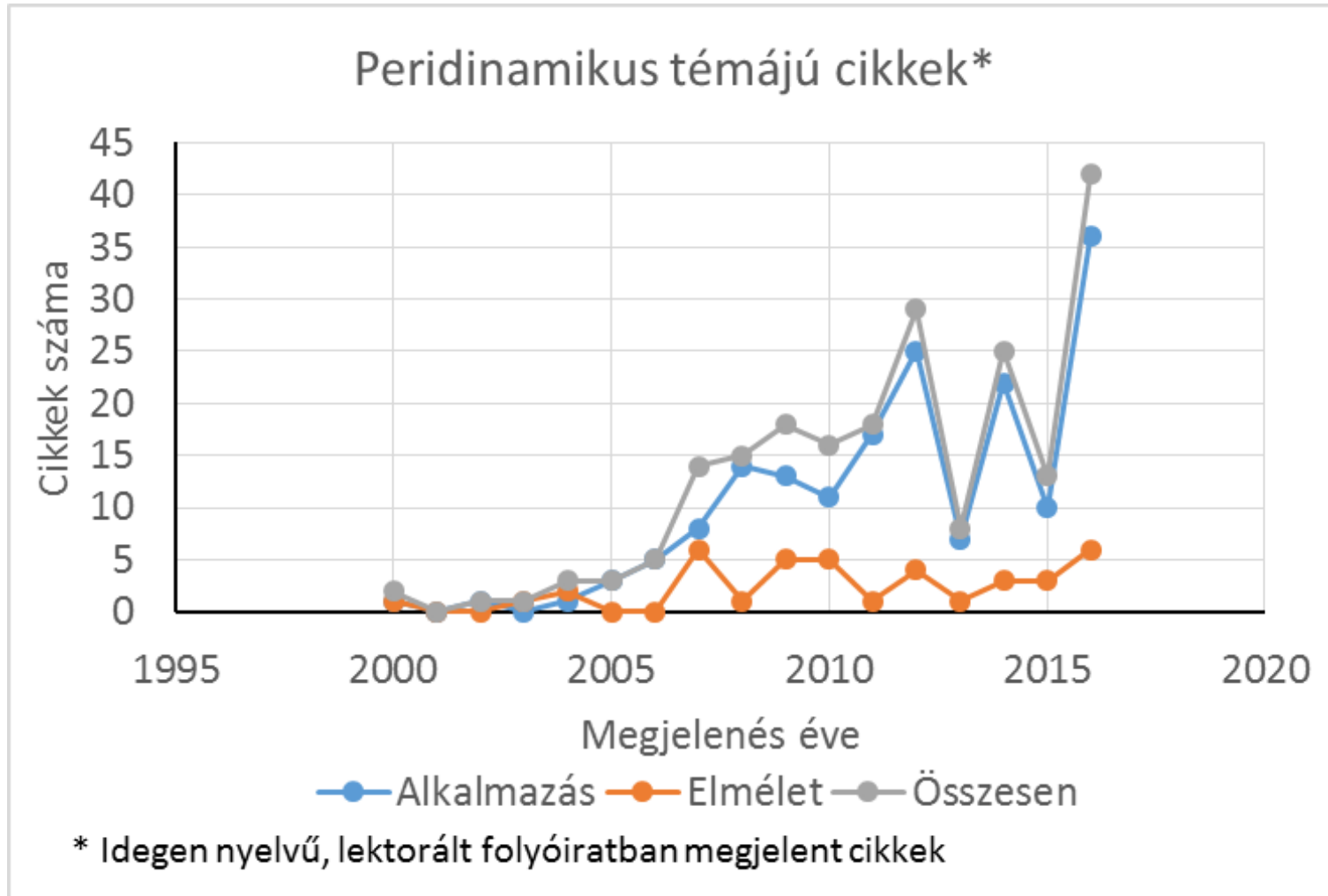
Függelék

Felhasznált irodalom

- [1] S. A. Silling , M. Epton, O. Weckner, J. Xu, E. Askari - Peridynamic States and Constitutive Modeling
J Elasticity (2007) 88: 151–184
- [2] C.T. Wu, B. Ren, A stabilized non-ordinary state-based peridynamics for the nonlocal ductile material failure ...
Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. (2015)
- [3] D. Dipasquale, M. Zaccariotto, U. Galvanetto, Crack propagation with adaptive grid refinement in 2D Peridynamics
Int J Fract (2014) 190: 1–22
- [4] M. A. BessaJ. T. FosterT. Belytschko, Wing Kam Liu - A meshfree unification: reproducing kernel peridynamics
Computational Mechanics (2014) 53: 1251–1264
- [5] G.C. Ganzenmüller, S. Hiermaier, M. May - On the similarity of meshless discretizations of Peridynamics and SPH
Computers and Structures (2015) 150: 71–78
- [6] M.S. Breitenfeld, P.H. Geubelle, O. Weckner, S.A. Silling - Non-ordinary state-based peridynamic analysis of stationary crack problems, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. (2014) 272: 233–250



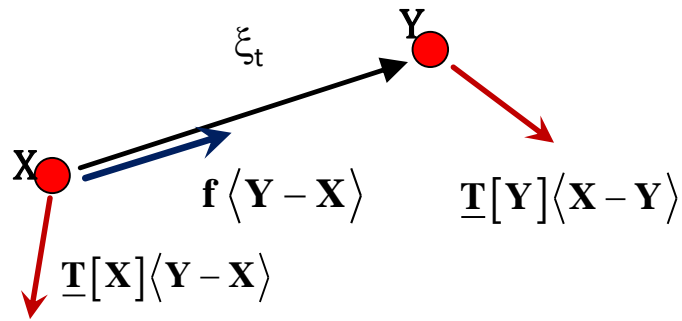
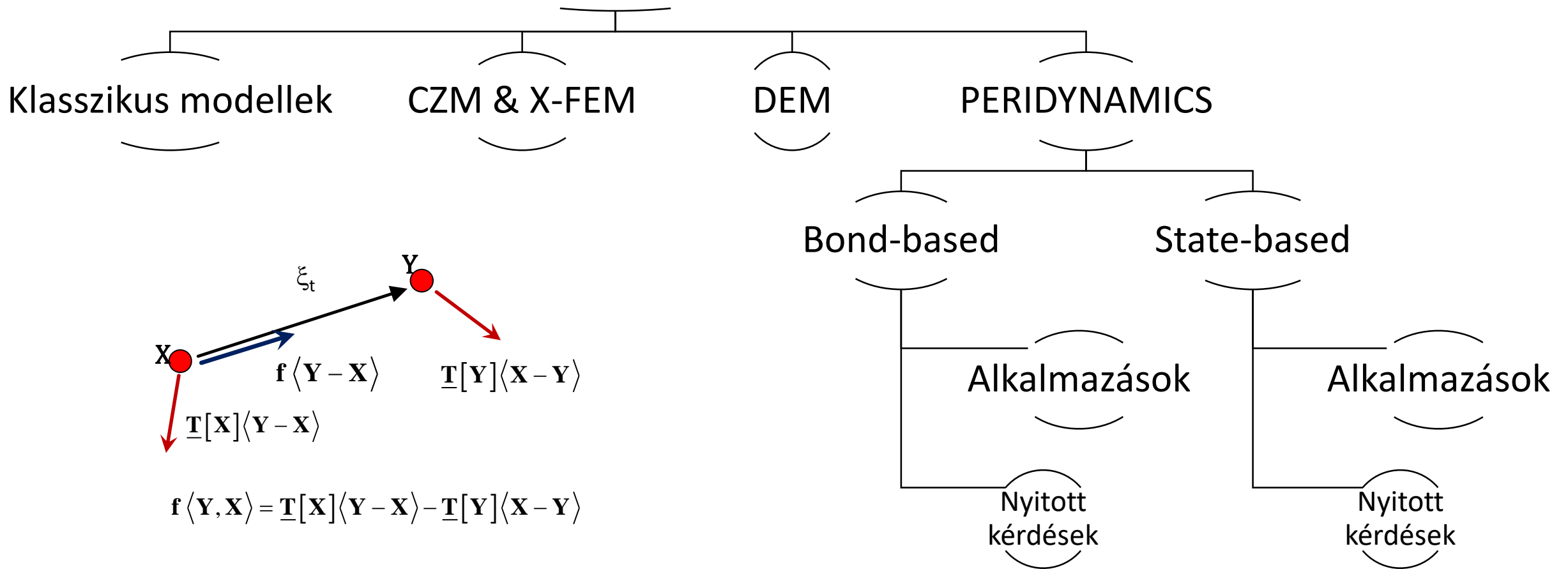
A peridynamikus anyagmodell eddigi eredményei



TOPIC	Number of articles
Books	3
Computational techniques	3
Coupling with FEM/MESHLESS	20
Damage	6
Fatigue	7
Fracture	49
Meshless	6
Nonlocal	18
Other appl.	33
Plasticity	15
State based	17

A peridinamikus kutatási fa

Törésmechanika - repedésterjedés



$$f \langle Y, X \rangle = \underline{T}[X] \langle Y - X \rangle - \underline{T}[Y] \langle X - Y \rangle$$

Köszönöm megtisztelő
figyelmüket!

Ladányi Gábor, PhD hallgató

ladanyi@uniduna.hu